Prüfung:	**Informationstechnik MT 7D51**
Termin:	**Freitag, 08.11.2016**
	08:00 – 9:30
Prüfer:	**Prof. J. Walter**
Hilfsmittel:	**beliebig / kein Internet / kein WLAN**

Name: ______________________________

Vorname: ______________________________

Projekt: ______________________________

PC: ______________________________

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen)!

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	10	
3	10	
4	6	
5	12	
Zusatzp. Labor		
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzten. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.
Schreiben Sie jeweils den Ansatz und das Ergebnis auf die Blätter.

Erstellen Sie einen Ordner: IZ-Abkürzung mit 5 Unterordnern: A1 bis A5. NUR DIE IN DIESEN ORDNERN ENTHALTENEN ERGEBNISSE WERDEN GEWERTET!

1. Gauß'sches Fehlerquadrat

Die folgende periodische Funktion f(x) mit der Periodendauer T=2 (ähnlich EMS!)

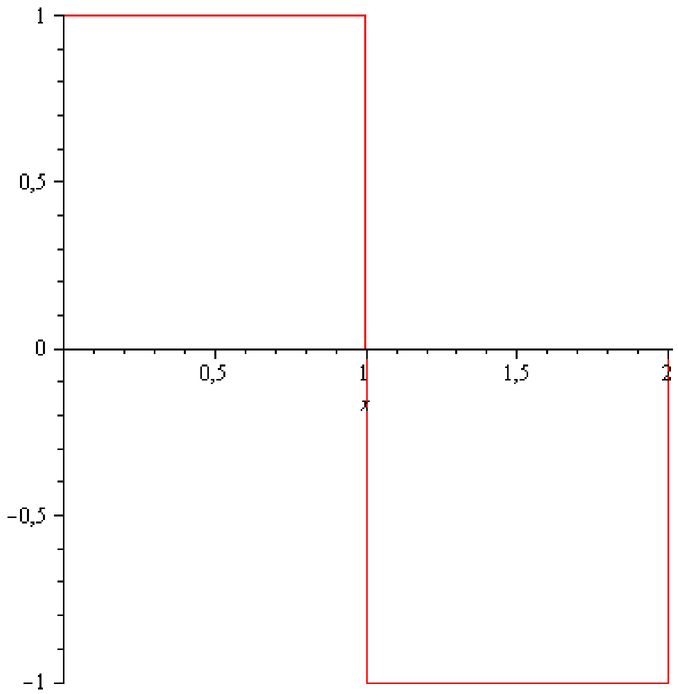


Abb.: f(x)

soll im Bereich 0 bis 2 durch die Näherungsfunktion:

$$fN = a + b \cdot \cos(\omega \cdot x) + c \cdot \sin(\omega \cdot x) + d \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot x)$$

optimal im Sinne des Gauß'schen Fehlerquadrates angenähert werden.

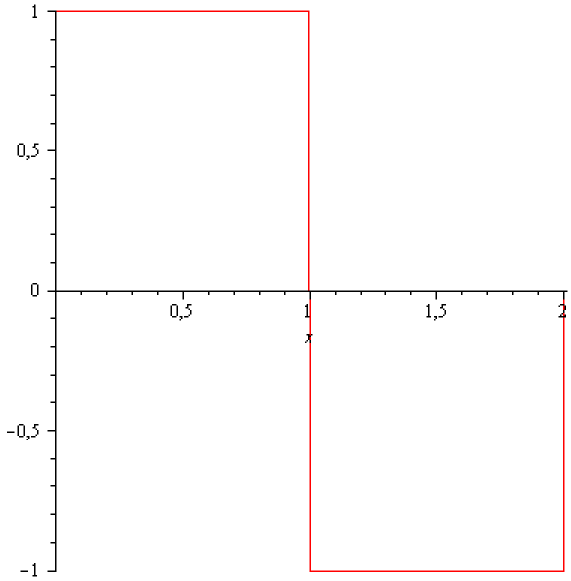
TIPP: Plotten Sie in Maple die Funktion von -0.01 bis 2.01 damit die senkrechten Striche angezeigt werden.

Bestimmen Sie die Parameter der Funktion fN.
Skizzieren Sie beide Funktionen.
Skizzieren Sie die Differenzfunktion fN-f(x).

```
> restart;
> f(x):=Heaviside(x)-2*Heaviside(x-1)+Heaviside(x-2);
>
```

$$f(x) := \mathrm{Heaviside}(x) - 2\,\mathrm{Heaviside}(x-1) + \mathrm{Heaviside}(x-2)$$

```
> plot(f(x),x=-0.01..2.01);
```




```
> fN:=a+b*cos(Pi*x)+c*sin(Pi*x)+d*sin(3*Pi*x);
>
```

$$fN := a + b\cos(\pi x) + c\sin(\pi x) + d\sin(3\pi x)$$

```
> S:=int((fN-f(x))^2, x=0..2);
```

$$S := \frac{1}{12}\,\frac{1}{\pi}\left(-96\,c - 8\,a\,d - 9\,b\,d - 24\,a\,c + 12\,d^2\,\pi - 12\,b\,c - 32\,d + 12\,b^2\,\pi + 24\,\pi + 24\,a^2\,\pi + 12\,c^2\,\pi\right) + \frac{1}{12}\,\frac{24\,a\,c + 9\,b\,d + 8\,a\,d + 12\,b\,c}{\pi}$$

```
> Sa:=diff(S,a);
```

$$Sa := \frac{1}{12}\,\frac{-8\,d - 24\,c + 48\,a\,\pi}{\pi} + \frac{1}{12}\,\frac{24\,c + 8\,d}{\pi}$$

```
> Sb:=diff(S,b);
```

$$Sb := \frac{1}{12}\,\frac{-9\,d-12\,c+24\,b\,\pi}{\pi}+\frac{1}{12}\,\frac{9\,d+12\,c}{\pi}$$

```
> Sc:=diff(S,c);
```

$$Sc := \frac{1}{12}\,\frac{-96-24\,a-12\,b+24\,c\,\pi}{\pi}+\frac{1}{12}\,\frac{24\,a+12\,b}{\pi}$$

```
> Sd:=diff(S,d);
```

$$Sd := \frac{1}{12}\,\frac{-8\,a-9\,b+24\,d\,\pi-32}{\pi}+\frac{1}{12}\,\frac{9\,b+8\,a}{\pi}$$

```
> solve({Sa,Sb,Sc,Sd},{a,b,c,d});
```

$$\left\{a=0,\, b=0,\, c=\frac{4}{\pi},\, d=\frac{4}{3\,\pi}\right\}$$

```
> fN:=a+b*cos(Pi*x)+c*sin(Pi*x)+d*sin(3*Pi*x);
```

$$fN := a+b\cos(\pi\,x)+c\sin(\pi\,x)+d\sin(3\,\pi\,x)$$

```
> f1:=a+b*cos(Pi*x)+c*sin(Pi*x);
```

$$f1 := a+b\cos(\pi\,x)+c\sin(\pi\,x)$$

```
> a:=0;
```

$$a := 0$$

```
> b:=0;
```

$$b := 0$$

```
> c:=4/(1*Pi);
```

$$c := \frac{4}{\pi}$$

```
> evalf (c);
```

$$1.273239544$$

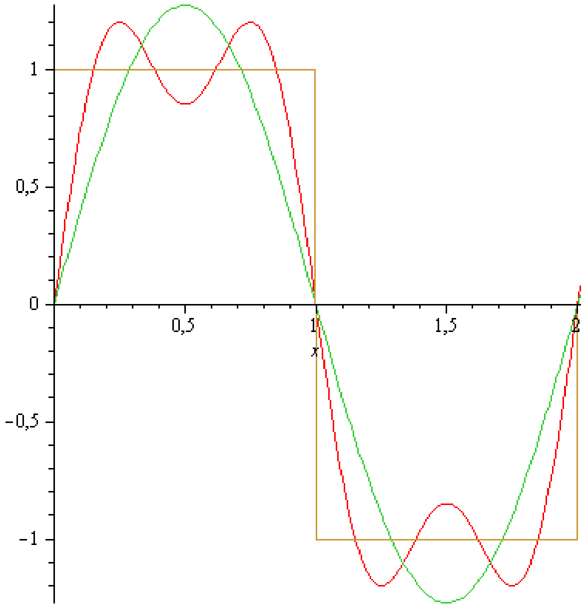
```
> d:=4.0/(3*Pi);
```

$$d := \frac{1.333333333}{\pi}$$

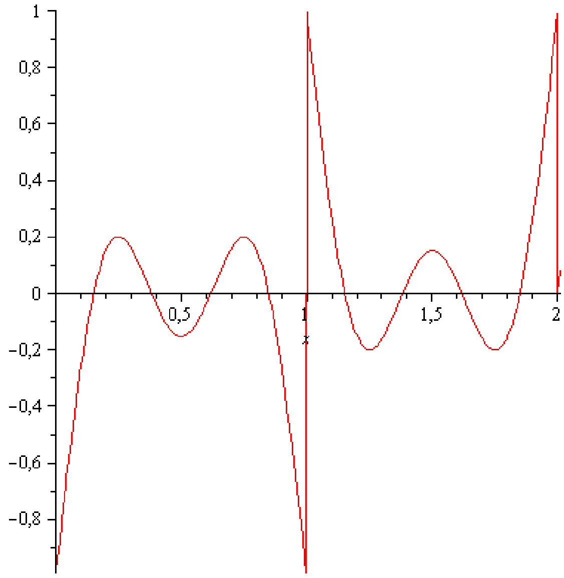
```
> evalf(d);
```

$$0.4244131814$$

```
> plot([fN,f1,f(x)],x=0..2.01);
```




```
> plot([fN-f(x)],x=0..2.01);
```




```
>
```

2. DFT

a) Berechnen Sie das Amplitudendichtespektrum über die DFT und die skalierte DFT der Funktion f(x) aus Aufgabe 1. Es genügen der Mittelwert und die Amplituden A_n bis zur 7. Schwingung. N=256

b) Wie ist der Zusammenhang zu Aufgabe 1?

Lösung

	DFT	**Skalierte DFT**
A_0	**0**	**0**
A_1	**163**	**1,273**
A_2	**0**	**0**
A_3	**54,35**	**0,424**
A_4	**0**	**0**
A_5	**32,62**	**0,2548**
A_6	**0**	**0**
A_7	**23,31**	**0,1821**

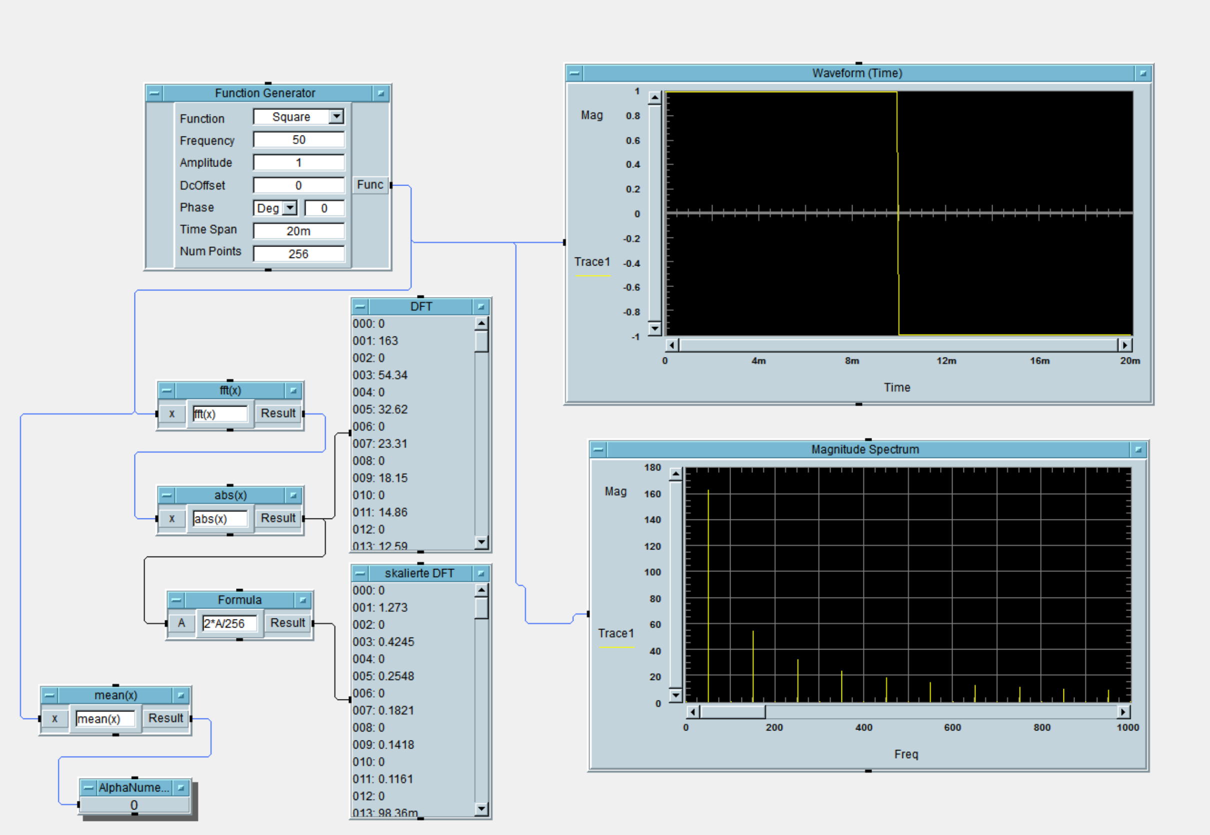
DFT:

$$\underline{F}'(m) = \Delta t * \sum_{n=0}^{N-1} f(n) * e^{-j\frac{2\pi mn}{N}}$$

Skalierte DFT

$$|s_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

b)
Die DFT nähert die Funktion im Sinne des Gauß'schen Fehlerquadrats an.


Function Generator
Function
Square
Frequency
50
Amplitude
1
DcOffset
0
Phase
Deg
0
Time Span
20m
Num Points
256
Func
Waveform (Time)
Mag
Trace1
Time
DFT
000: 0
001: 163
002: 0
003: 54.34
004: 0
005: 32.62
006: 0
007: 23.31
008: 0
009: 18.15
010: 0
011: 14.86
012: 0
013: 12.59
fft(x)
x
Result
abs(x)
Formula
A
2*A/256
skalierte DFT
000: 0
001: 1.273
002: 0
003: 0.4245
004: 0
005: 0.2548
006: 0
007: 0.1821
008: 0
009: 0.1418
010: 0
011: 0.1161
012: 0
013: 98.36m
mean(x)
AlphaNume...
0
Magnitude Spectrum
Freq

3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort

Gegeben ist ein Ersatzschaltbild für ein Leitungsstück:

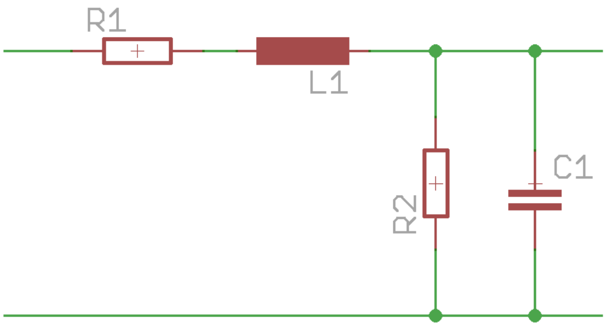


Abb.: Schaltung mit R1, R2, L und C

a) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G(s)
b) (1P) Erstellen Sie die beiden Übertragungsfunktion $G1_{norm}$ (s) und G2norm (s)für die Werte

$$R1 = 1; \quad R2 = 1; \quad L = 0{,}5 \;; \quad C = 1$$
$$R1 = 1; \quad R2 = 1; \quad L = 5 \;; \quad C = 1$$

– Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

(10P) Bestimmen Sie die Antwort y(x) des Systems G_2 (s) auf die Eingangsfunktion: f(x)

Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Das Ergebnis ist etwas umfangreicher. Skizzieren Sie die Eingangsfunktion.

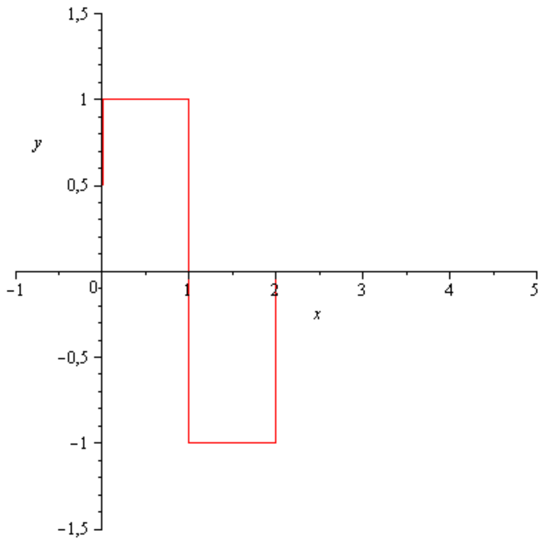
c) (2P) Skizzieren Sie Eingangsfunktion und die beiden Antworten für x=0 bis x=10 in einer Skizze.

Lösung Aufgabe

```
> restart;
> f(x):=Heaviside(x)-2*Heaviside(x-1)+Heaviside(x-2);
>
```

$$f(x) := \mathrm{Heaviside}(x) - 2\,\mathrm{Heaviside}(x-1) + \mathrm{Heaviside}(x-2)$$

```
> plot(f(x),x=-1..5, y=-1.5..1.5);
```




```
>
> >
G:=((R2*1/(s*C))/(R2+1/(s*C)))/(R1+s*L+((R2*1/(s*C)))/(R2+(1/(s*C))));
>
```

$$G := R2 \Bigg/ \left(s\,C \left(R2 + \frac{1}{s\,C} \right) \left(R1 + s\,L + \frac{R2}{s\,C \left(R2 + \frac{1}{s\,C} \right)} \right) \right)$$

```
>  Gnorm1:=subs(R1=1, R2=1, L=1/2, C=1, G);
```

$$Gnorm1 := \frac{1}{s \left(1 + \frac{1}{s}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\,s + \frac{1}{s \left(1 + \frac{1}{s}\right)}\right)}$$

```
> simplify(Gnorm1);
```

$$\frac{2}{3\,s + 4 + s^2}$$

```
> with(inttrans);
```

[*addtable*, *fourier*, *fouriercos*, *fouriersin*, *hankel*, *hilbert*, *invfourier*, *invhilbert*, *invlaplace*, *invmellin*, *laplace*, *mellin*, *savetable*]

```
> X:=laplace(f(x),x,s);
```

$$X := \frac{1 - 2\,e^{-s} + e^{-2\,s}}{s}$$

```
> Y:=Gnorm1*X;
```

$$Y := \frac{1-2\,e^{-s}+e^{-2\,s}}{s^2\left(1+\frac{1}{s}\right)\left(1+\frac{1}{2}\,s+\frac{1}{s\left(1+\frac{1}{s}\right)}\right)}$$

```
> y:=invlaplace(Y,s,x);
```

$$y := \frac{1}{2}-\frac{1}{14}\left(7\cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{7}\,x\right)+3\sqrt{7}\sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{7}\,x\right)\right)e^{-\frac{3}{2}x}+\frac{1}{28}\left(14+I\left(7\,I+3\sqrt{7}\right)e^{-\frac{1}{2}\left(3-I\sqrt{7}\right)(x-2)}-I\left(3\sqrt{7}-7\,I\right)e^{-\frac{1}{2}\left(3+I\sqrt{7}\right)(x-2)}\right)\mathrm{Heaviside}(x-2)+\frac{1}{14}\left(-14-I\left(7\,I+3\sqrt{7}\right)e^{-\frac{1}{2}\left(3-I\sqrt{7}\right)(x-1)}+I\left(3\sqrt{7}-7\,I\right)e^{-\frac{1}{2}\left(3+I\sqrt{7}\right)(x-1)}\right)\mathrm{Heaviside}(x-1)$$

```
>
>
>
G:=((R2*1/s*C)/(R2+1/(s*C)))/(R1+s*L+((R2*1/(s*C)))/(R2+(1/s*C)));
```

$$G := (R2\,C)\Big/\left(s\left(R2+\frac{1}{s\,C}\right)\left(R1+s\,L+\frac{R2}{s\,C\left(R2+\frac{C}{s}\right)}\right)\right)$$

```
> Gnorm2:=subs(R1=1, R2=1, L=5 ,C=1,  G);
```

$$Gnorm2 := \frac{1}{s\left(1+\frac{1}{s}\right)\left(1+5\,s+\frac{1}{s\left(1+\frac{1}{s}\right)}\right)}$$

```
> simplify(Gnorm2);
```

$$\frac{1}{6\,s+2+5\,s^2}$$

```
> with(inttrans);
```

$$[addtable, fourier, fouriercos, fouriersin, hankel, hilbert, invfourier, invhilbert, invlaplace, invmellin, laplace, mellin, savetable]$$

```
> X:=laplace(f(x),x,s);
```

$$X := \frac{1 - 2\,e^{-s} + e^{-2\,s}}{s}$$

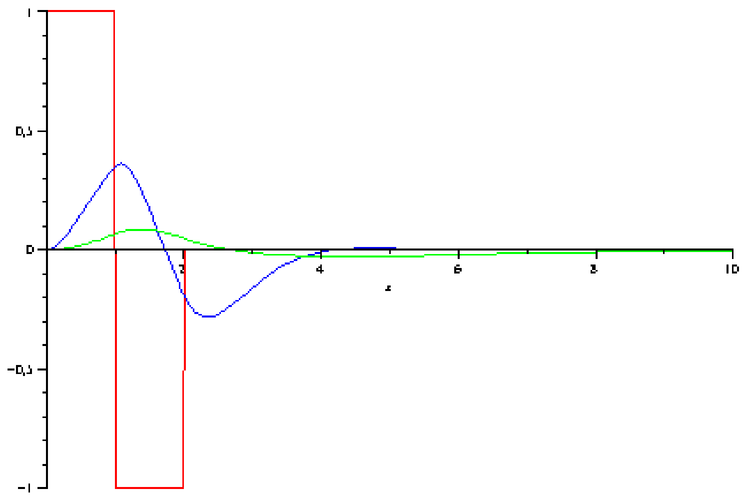
```
> Y:=Gnorm2*X;
```

$$Y := \frac{1 - 2\,e^{-s} + e^{-2\,s}}{s^2\left(1 + \frac{1}{s}\right)\left(1 + 5\,s + \frac{1}{s\left(1 + \frac{1}{s}\right)}\right)}$$

```
> y2:=invlaplace(Y,s,x);
```

$$\begin{aligned} y2 := {} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,e^{-\frac{3}{5}x}\left(\cos\left(\frac{1}{5}x\right) + 3\sin\left(\frac{1}{5}x\right)\right) \\ & + \left(\frac{1}{20} - \frac{3}{20}\,I\right)\Big(1 + 3\,I \\ & - 5\,e^{\left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{5}I\right)(x-2)} + (4 \\ & - 3\,I)\,e^{\left(-\frac{3}{5} - \frac{1}{5}I\right)(x-2)}\Big)\,\mathrm{Heaviside}(x-2) \\ & + \left(\frac{1}{10} - \frac{3}{10}\,I\right)\Big(-1 - 3\,I \\ & + 5\,e^{\left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{5}I\right)(x-1)} + (-4 \\ & + 3\,I)\,e^{\left(-\frac{3}{5} - \frac{1}{5}I\right)(x-1)}\Big)\,\mathrm{Heaviside}(x-1) \end{aligned}$$

```
> plot([f(x),y,y2],x=0..10,color=[red, blue, green]);
```




```
>
```

4 Numerische Verarbeitung digitaler Signale

Die Kurve f(x) – Aufgabe 1 - wird in VEE mit 16 Werten über die Beobachtungsdauer Tb=2s abgetastet. Ergänzen Sie die Tabelle:

n	t	f[n]	geglättet	df/dt
0	0	1		
1	0,125	1		0
2	0,25	1		0
3	0,375	1	1	0
4	0,5	1	1	0
5	0,625	1	1,2	0
6	0,75	1	1,2	0
7	0,875	1	0,5	-8
8	1	-1	-0,5	-8
9	1,125	-1	-1,2	0
10	1,25	-1	-1,2	0
11	1,375	-1	-1	0
12	1,5	-1	-1	0
13	1,625	-1		0
14	1,75	-1		0
15	1,875	-1		

$$y' = \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h}$$

Zur Analyse werden die Werte mit folgender Formel geglättet:

$$y_n = -\frac{1}{10}x_{n+3} + \frac{3{,}5}{10}x_{n+1} + \frac{1}{2}x_n + \frac{3{,}5}{10}x_{n-1} - \frac{1}{10}x_{n-3}$$

a. Ermitteln Sie folgende Kennwerte aus f[n] und der geglätteten Datenreihe:

Mittelwert f[n]= 0
Effektivwert f[n]=1
Mittelwert geglättet=0
Effektivwert geglättet=1,013

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x_i \qquad \text{Effektivwert} = \sqrt{\frac{1 \cdot \Delta t}{T}\sum_{0}^{N-1} f[n]^2}$$

5 Fragen zum Labor

a) Füllen Sie die nachfolgende Tabelle für die verwendeten Systeme im Labor aus. Ein Beispiel ist in der zweiten Spalte gegeben.

System/ Firma	IDE	Prozessor / Controller Firma	Program-mier-sprache
Genuino 101 Intel	Arduino	Curie Intel	C/C++
XDK Bosch	XDK Work-bench	EFM32G G390 Cortex M3 Silabs	C
Genuino 101 Intel	XDK	Curie Intel	Javascript C
Feather Huzzah Adafruit	Arduino	ESP8266 Espressif	C/C++
Edison Breakout Intel	XDK	Edison Intel	Javascript C/C++
Discovery ST	STM Workbench	STM32F 746 ST	C/C++