



Prüfung: Informationstechnik MT 7D51
Termin: Mittwoch, 13. Mai 2009
10:00 – 11:30
Prüfer: Prof. J. Walter
Hilfsmittel: beliebig / kein Internet / kein WLAN

Name:	_____
Vorname:	_____
Projekt:	_____
Stick:	_____
PC:	_____

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	15	
4	11	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzen. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.

Schreiben Sie nur den Ansatz und das Ergebnis/Skizze auf die Blätter. Die gesamte Lösung erstellen Sie auf dem Stick in den Ordnern:

A1_Nachname, A2_Nachname, A3_Nachname, A4_Nachname

Mit Abgabe dieser Arbeit bestätigen Sie das Löschen von HPVee „Classroom-Lizenz“ und „Maple Version 12“ auf ihrem PC.

WICHTIG: IN JEDER LÖSUNG MUSS AM ANFANG: NAME + MATR.-NR. STEHEN!



1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (12 Punkte)

Die nachfolgende Funktion D1:

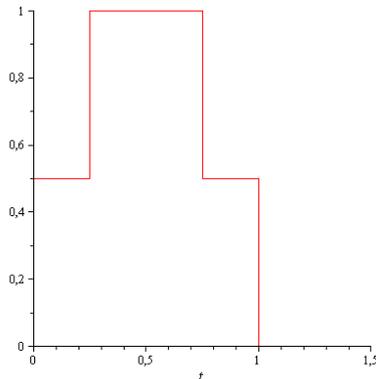


Abb.: Funktion D1

Abbildung 1: Funktion D1

soll im Bereich $0 \leq t \leq 1.0$ optimal durch die Funktion $y := a + b \cdot \sin(\pi \cdot t)$ angenähert werden.

- 8P Bestimmen Sie die Funktion. Hinweis: Plotten Sie die Funktion D1
- 2P Skizzieren Sie das Ergebnis.
- 2P Um welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

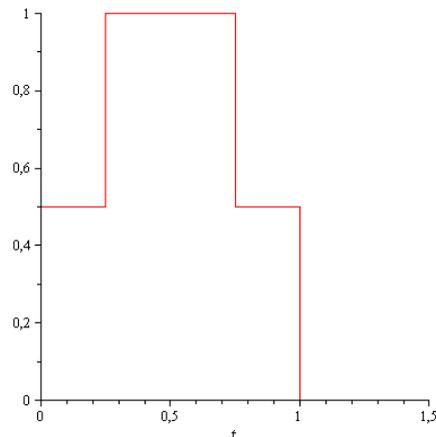
Lösung:

restart;

$$D1 := \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}(t) + \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}(t - 1);$$

$$\frac{1}{2} \text{Heaviside}(t) + \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2} \text{Heaviside}(t - 1)$$

plot(D1, t = 0..1.5);



$$y := a + b \cdot \sin(\pi \cdot 1 \cdot t)$$

$$a + b \sin(\pi t)$$

$$S := \int_0^1 (Dl - y)^2 dt;$$

$$\frac{1}{8} \frac{16ab + 8a^2\pi - 8b\sqrt{2} + 4b^2\pi - 16b - 12a\pi + 5\pi}{\pi} + \frac{2ab}{\pi}$$

$$dSa := \text{diff} \left(\int_0^1 (Dl - y)^2 dt, a \right) = 0;$$

$$\frac{1}{8} \frac{16b + 16a\pi - 12\pi}{\pi} + \frac{2b}{\pi} = 0$$

$$dSb := \text{diff} \left(\int_0^1 (Dl - y)^2 dt, b \right) = 0;$$

$$\frac{1}{8} \frac{16a - 8\sqrt{2} + 8b\pi - 16}{\pi} + \frac{2a}{\pi} = 0$$

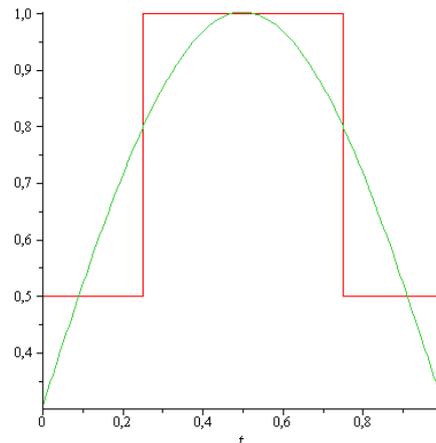
$$\text{solve}(\{dSa, dSb\}, \{a, b\});$$

$$\left\{ a = \frac{1}{4} \frac{-16 - 8\sqrt{2} + 3\pi^2}{\pi^2 - 8}, b = \frac{\pi(\sqrt{2} - 1)}{\pi^2 - 8} \right\}$$

$$yI := \frac{1}{4} \frac{-16 - 8\sqrt{2} + 3\pi^2}{\pi^2 - 8} + \frac{\pi(\sqrt{2} - 1)}{\pi^2 - 8} \sin(\pi \cdot 1 \cdot t);$$

$$\frac{1}{4} \frac{-16 - 8\sqrt{2} + 3\pi^2}{\pi^2 - 8} + \frac{\pi(\sqrt{2} - 1) \sin(\pi t)}{\pi^2 - 8}$$

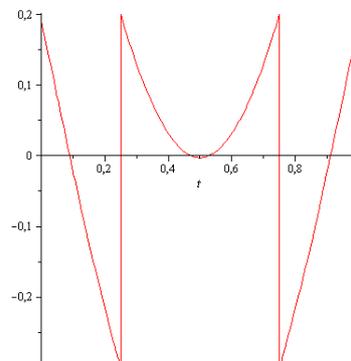
$$\text{plot}([Dl, yI], t = 0..1);$$



$AB := DI - yI;$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \text{Heaviside}(t) + \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{4}\right) \\ & - \frac{1}{2} \text{Heaviside}(t - 1) - \frac{1}{4} \frac{-16 - 8\sqrt{2} + 3\pi^2}{\pi^2 - 8} \\ & - \frac{\pi(\sqrt{2} - 1) \sin(\pi t)}{\pi^2 - 8} \end{aligned}$$

$\text{plot}(AB, t=0..1);$



An den Stellen: 0,25 und 0,75 sind die größten Abweichungen

$$\text{evalf}\left(\frac{1}{4} \frac{-16 - 8\sqrt{2} + 3\pi^2}{\pi^2 - 8}\right);$$

0.306897104:

$$\text{evalf}\left(\frac{\pi(\sqrt{2} - 1)}{\pi^2 - 8}\right);$$

0.696024400:

$\text{evalf}(\text{Heaviside}(0.00000));$

Float(undefined)



2. DFT (12 Punkte)

Die Funktion

$$y = 0.3 + 0.7 * \sin(\pi \cdot t)$$

wird mit der Abtastfrequenz von 8 Hz mit der Blockgröße N=8 in HP VEE abgetastet.

- a) 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
- b) 1P Tragen Sie die Amplitudenwerte der Funktion in die Tabelle ein.
- c) 1P Skizzieren Sie die Funktion und deren Abtastwerte.
- d) 4P Berechnen Sie für die Funktion aus den Abtastwerten jeweils die skalierte DFT für m=0, m=1, m=2, m=3, m=4. Bitte mit Angabe der Formel!!!
- e) 5P Was wurde bei der Abtastung des Signals nicht berücksichtigt?

n=	t/s	f[n]	
0	0		
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

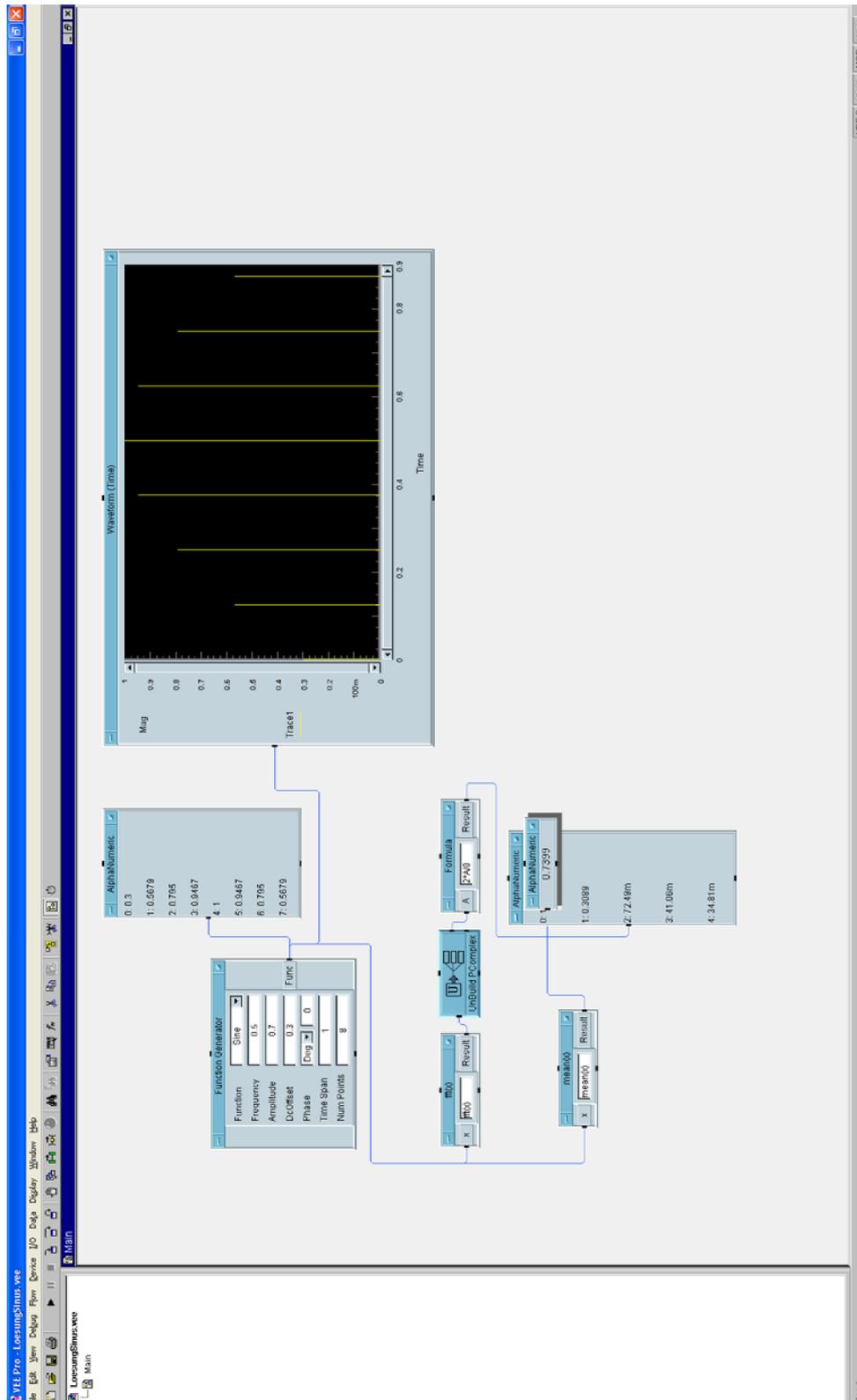
Lösung d)

$$|S_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

m0 =	m1 =	m2 =	m3 =	m4 =

Lösung f)

Es wurde keine ganze Periode abgetastet. Die Beobachtungszeit wurde zu kurz gewählt.





3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (15 Punkte)

Gegeben ist ein Hochpass:

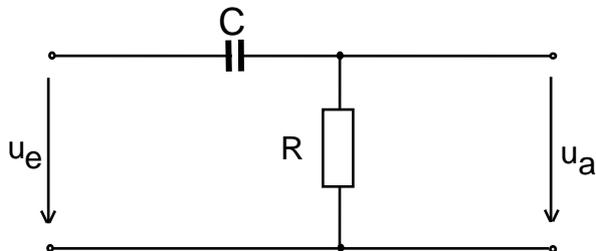


Abb.: Schaltung mit R und C

- a) (3P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$
b) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_2(s)$ für die Werte $R=1$, $C=1$, $L=1$
– Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

(10P) Bestimmen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems $G_2(s)$ auf die Eingangsfunktion:

$$DI := \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}(t) + \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{4} \cdot 1\right) - \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}(t - 1);$$

Skizzieren Sie die Eingangsfunktion.

- c) (2P) Skizzieren Sie Antwort für $t=0$ bis $t=5$.

Lösung Aufgabe 3a

$$G_1 = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R}{R + \frac{1}{s \cdot C}} = \frac{s \cdot R \cdot C}{s \cdot R \cdot C + 1}$$

Lösung Aufgabe 3b

$$G_2 = \frac{s \cdot R \cdot C}{s \cdot R \cdot C + 1} = \frac{s}{s + 1}$$

> restart;



> $G := \frac{s}{(s+1)}$

$$G := \frac{s}{s+1}$$

> $x := \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}\left(\frac{t}{4}\right) + \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$
 $\cdot \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{4} \cdot 1\right) - \frac{1}{2} \cdot \text{Heaviside}(t-1);$

$$x := \frac{1}{2} \text{Heaviside}(t) + \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2} \text{Heaviside}(t-1)$$

> *with(intrans);*

*[adddtable ,fourier ,fouriercos ,fouriersin ,hankel ,hilbert ,invfourier ,
invhilbert ,invlaplace ,invmellin ,laplace ,mellin ,savetable]*

> $X := \text{laplace}(x, t, s);$

$$X := \frac{1}{2} \frac{1 + e^{-\frac{1}{4}s} - e^{-\frac{3}{4}s} - e^{-s}}{s}$$

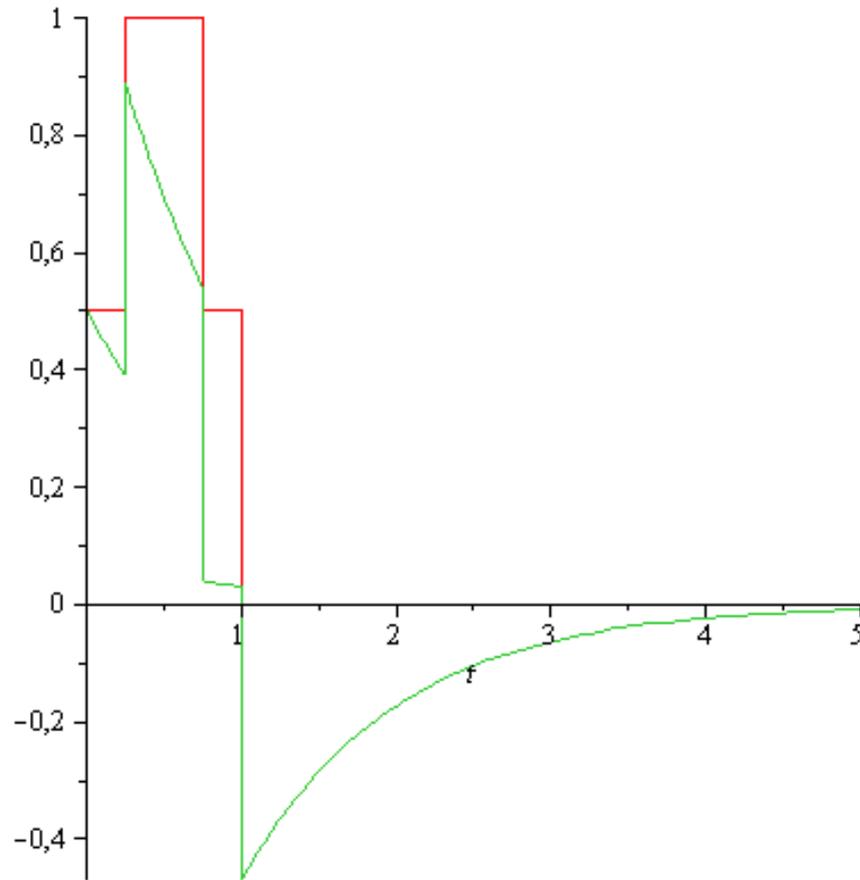
> $Y := G \cdot X;$

$$Y := \frac{1}{2} \frac{1 + e^{-\frac{1}{4}s} - e^{-\frac{3}{4}s} - e^{-s}}{s+1}$$

> $y := \text{invlaplace}(Y, s, t);$

$$y := \frac{1}{2} e^{-t} + \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{4}\right) e^{\frac{1}{4} - t} - \frac{1}{2} \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{4}\right) e^{\frac{3}{4} - t} - \frac{1}{2} \text{Heaviside}(t-1) e^{1-t}$$

> $\text{plot}([x, y], t=0..5);$



>



4 Autokorrelationsfunktion (11 Punkte)

Die Funktion:

$$y = 0.3 + 0.7 * \sin(\pi \cdot t)$$

Wird mit 8Hz und der Blockgröße 8 abgetastet.

a. Bestimmen Sie die Autokorrelationsfunktion der abgetasteten Funktion

