Prüfung: Informationstechnik MT 7D51
Termin: Mittwoch, 16. Mai2012
9:00 – 10:30
Prüfer: Prof. J. Walter
Hilfsmittel: beliebig / kein Internet / kein WLAN

Name: ___________________________

Vorname: ___________________________

Projekt: ___________________________

Stick: ___________________________

PC: ___________________________

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	14	
2	12	
3	10	
4	7	
5	7	
Gesamt	50	
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

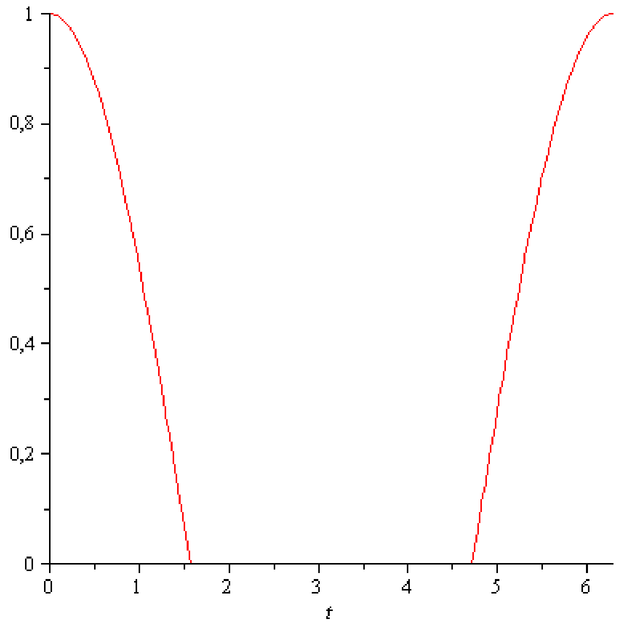
Viel Erfolg

Bemerkung:

Sie können die Vorder- und Rückseite benutztten. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.
Mit Abgabe dieser Arbeit bestätigen Sie das Löschen von HPVEE „Classroom-Lizenz“ auf ihrem PC.

1. Fourierreihe

Berechnen Sie für die Funktion fEIN - „Einweggleichrichtung“ mit w=1 die Fourierreihe:



fEIN ist periodisch und im Bereich 0≤ t ≤ 2*Pi definiert.

Erzeugen Sie die Funktion fEIN mit Hilfe der Heaviside-Funktion!

a) Bestimmen Sie die Amplituden a_n der ersten fünf Schwingungen und den Mittelwert.

Amplitude	Wert	Wert
A0	0,31830989	1/π
A1	0,5	1/2
A2	0,21220659	2/(3 π)
A3	0	0
A4	-0,04244132	-2/(15 π)
A5	0	0

6 Punkte

Lösung:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\cos n\omega t dt \quad b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\sin n\omega t dt \quad a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt$$

$\hat{A}_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ ***4 Punkte***

> $restart;$

> $f := A\cdot\cos(w\cdot t);$

$$f := A\cos(w\,t)$$

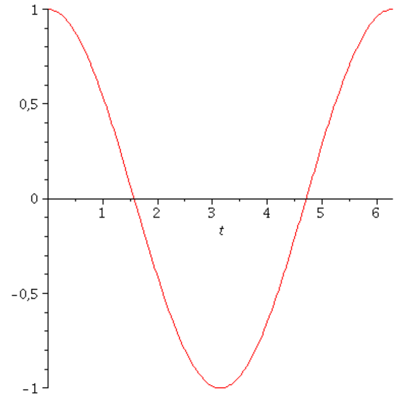
> $w := 1;$

$$w := 1$$

> $A := 1;$

$$A := 1$$

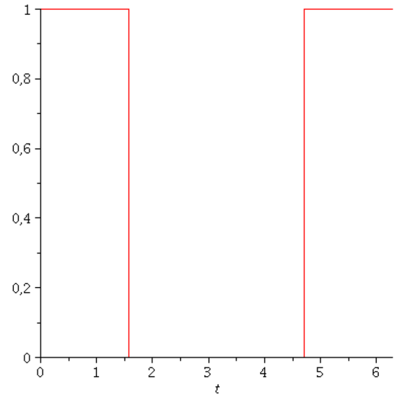
> $plot(f, t = 0..2\cdot\pi);$



> $fH := \text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{\pi}{2}\right) + \text{Heaviside}\left(t - \frac{3\cdot\pi}{2}\right) - \text{Heaviside}(t - 2\cdot\pi);$

$$fH := \text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right) + \text{Heaviside}\left(t - \frac{3}{2}\pi\right) - \text{Heaviside}(t - 2\pi)$$

> $plot(fH, t = 0..2\cdot\pi);$

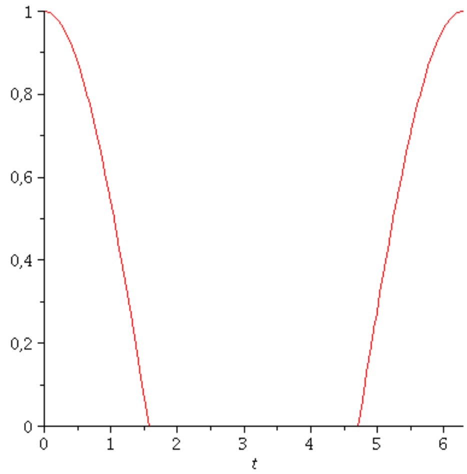


> $fEIN := f \cdot fH;$

$$fEIN := \cos(t)\left(\mathrm{Heaviside}(t) - \mathrm{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{Heaviside}\left(t - \frac{3}{2}\pi\right) - \mathrm{Heaviside}(t - 2\pi)\right)$$

4 Punkte

> $plot(fEIN, t = 0..2\cdot\pi);$



> $an := \frac{2}{2\cdot\pi}\cdot int(fEIN\cdot\cos(n\cdot w\cdot t), t = 0..2\cdot\pi);$

$$an := \frac{-\cos\left(\frac{3}{2}\pi n\right) + 2 n \sin(\pi n)\cos(\pi n) - \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right)}{(-1 + n^2)\pi}$$

> $f := simplify(an);$

$$f := -\frac{\cos\left(\frac{3}{2}\pi n\right) - 2 n \sin(\pi n)\cos(\pi n) + \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right)}{(-1 + n^2)\pi}$$

> $n := 1;$

$$n := 1$$

> $an := \frac{2}{2\cdot\pi}\cdot int(fEIN\cdot\cos(n\cdot w\cdot t), t = 0..2\cdot\pi);$

$$an := \frac{1}{2}$$

> $n := 2;$

$$n := 2$$

> $an := \frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot int(fEIN \cdot \cos(n \cdot w \cdot t), t = 0..2 \cdot \pi);$

$$an := \frac{2}{3\,\pi}$$

> $n := 3:$

> $an := \frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot int(fEIN \cdot \cos(n \cdot w \cdot t), t = 0..2 \cdot \pi);$

$$an := 0$$

> $n := 4;$

$$n := 4$$

> $an := \frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot int(fEIN \cdot \cos(n \cdot w \cdot t), t = 0..2 \cdot \pi);$

$$an := -\frac{2}{15\,\pi}$$

> $n := 5;$

$$n := 5$$

> $an := \frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot int(fEIN \cdot \cos(n \cdot w \cdot t), t = 0..2 \cdot \pi);$

$$an := 0$$

> $n := 0$

$$n := 0$$

> $an := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot int(fEIN \cdot \cos(n \cdot w \cdot t), t = 0..2 \cdot \pi);$

$$an := \frac{1}{\pi}$$

>

2. DFT (12 Punkte)

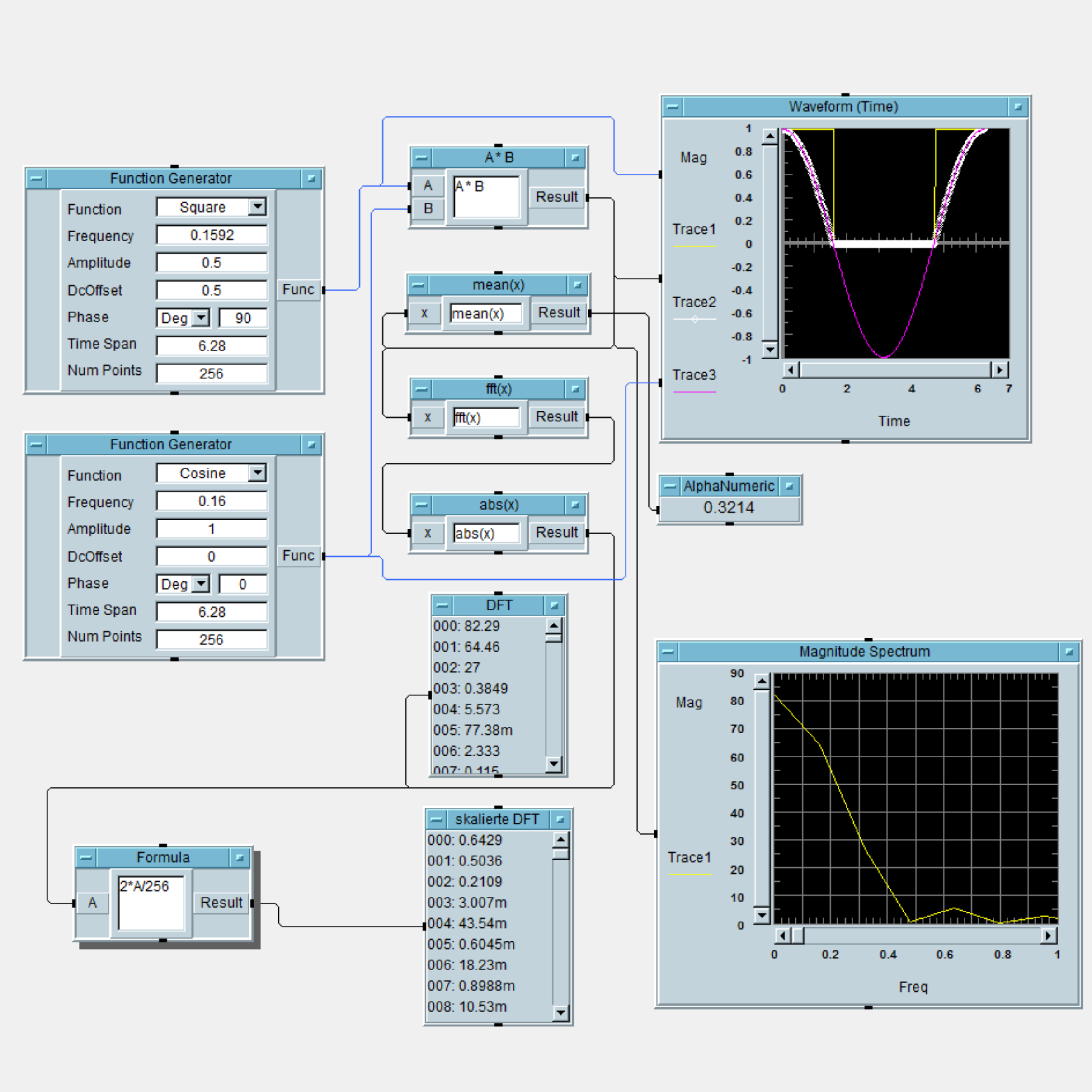
a) Berechnen Sie mit Hilfe von **HPVEE** die DFT und die skalierte DFT der Funktion fEIN aus Aufgabe 1. Es genügen der Mittelwert und die Amplituden bis zur 5. Schwingung.
b) Wie ist der Zusammenhang zu Aufgabe 1?

Lösung N muss frei gewählt werden!

n	DFT	Skalierte DFT *(N=256)*
0	82.29	0.3214
1	64.46	0.5036
2	27	0.2109
3	0.3849	3.007m
4	5.573	43.54m
5	77.38m	0.6045m

Lösung a)

$$|s_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[\cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

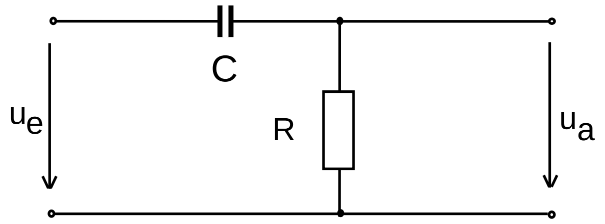


Die DFT wurde mit 256 Abtastpunkten berechnet.

Lösung b)
Die Amplituden von Aufgabe 1 und der skalierten DFT müssen bis auf nummerische Effekte der Programme gleich sein, die DFT-Amplituden sind abhängig von der gewählten Blockgröße N.

3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (10 Punkte)

Gegeben ist ein Hochpass:



Schaltung mit R und C

a) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G1(s)
b) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G_2 (s) für die Werte $R=1;\quad C=1$
– Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

(10P) Bestimmen Sie die Antwort y(t) des Systems G_2 (s) auf die Eingangsfunktion fEIN für eine Periode.

Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Das Ergebnis ist etwas umfangreicher. Skizzieren Sie die Eingangsfunktion.

c) (2P) Skizzieren Sie Eingangsfunktion und die Antwort für t=0 bis t=12.

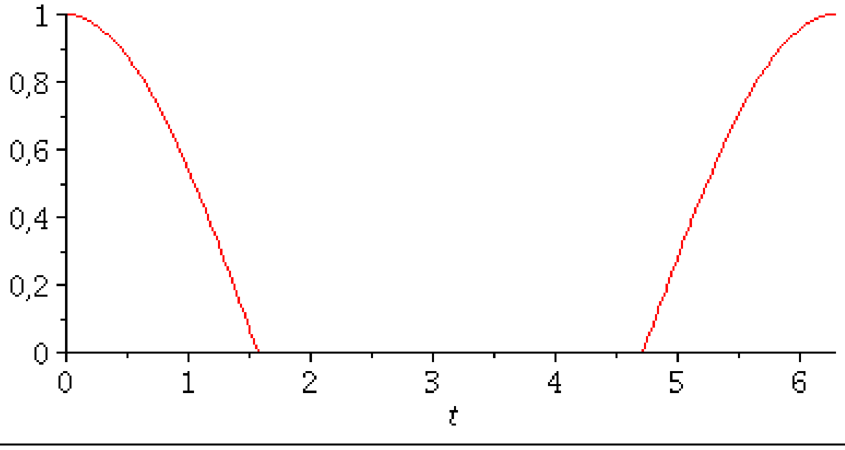
Lösung Aufgabe 3a

Aus Aufgabe 1

> $fEIN := f \cdot fH;$

$$fEIN := \cos(t)\left(\mathrm{Heaviside}(t) - \mathrm{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{Heaviside}\left(t - \frac{3}{2}\pi\right) - \mathrm{Heaviside}(t - 2\pi)\right)$$

> $plot(fEIN, t = 0..2\cdot\pi);$



> $with(inttrans);$

$$[addtable, fourier, fouriercos, fouriersin, hankel, hilbert, invfourier, invhilbert, invlaplace, invmellin, laplace, mellin, savetable]$$

> $X := laplace(fEIN, t, s);$

$$X := \frac{e^{-\frac{1}{2} s \pi} + e^{-\frac{3}{2} s \pi} + \left(1 - e^{-2 s \pi}\right) s}{s^2 + 1}$$

> $G := \frac{s}{(s+1)};$

$$G := \frac{s}{s+1}$$

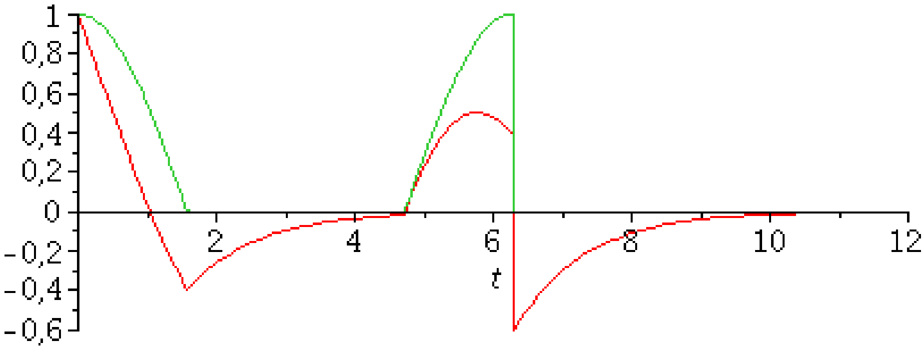
> $Y := G \cdot X;$

$$Y := \frac{s \left(e^{-\frac{1}{2} s \pi} + e^{-\frac{3}{2} s \pi} + \left(1 - e^{-2 s \pi}\right) s\right)}{(s+1)\left(s^2+1\right)}$$

> $y := invlaplace(Y, s, t);$

$$y := -\frac{1}{2} \operatorname{Heaviside}(t - 2\pi)\, e^{-t + 2\pi} + \frac{1}{2} e^{-t} + \frac{1}{2} (\cos(t) - \sin(t)) \operatorname{Heaviside}(-t + 2\pi) + \frac{1}{2} \left(-e^{-t + \frac{3}{2}\pi} + \cos(t) - \sin(t)\right) \operatorname{Heaviside}\left(t - \frac{3}{2}\pi\right) + \frac{1}{2} \left(-e^{-t + \frac{1}{2}\pi} - \cos(t) + \sin(t)\right) \operatorname{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right)$$

> $plot([y, fEIN], t = 0..12);$



>

4 FIR-Filter (14 Punkte)

An einem Motoren-Prüfstand wird ein akausaler FIR-Tiefpass mit der Grenzfrequenz **30kHz** mit N=8 eingesetzt. Die Abtastfrequenz beträgt **48kHz**.

a. Berechnen Sie die Filterkoeffizienten und skizzieren Sie das Ausgangssignal bei folgendem Eingangssignal:

-5	0
-4	0
-3	0,004
-2	0,054
-1	0,242
0	0,399
1	0,242
2	0,054
3	0,004
4	0
5	0

b. Erklären Sie das Ergebnis

a) Die Filtergleichung für das FIR-Filter

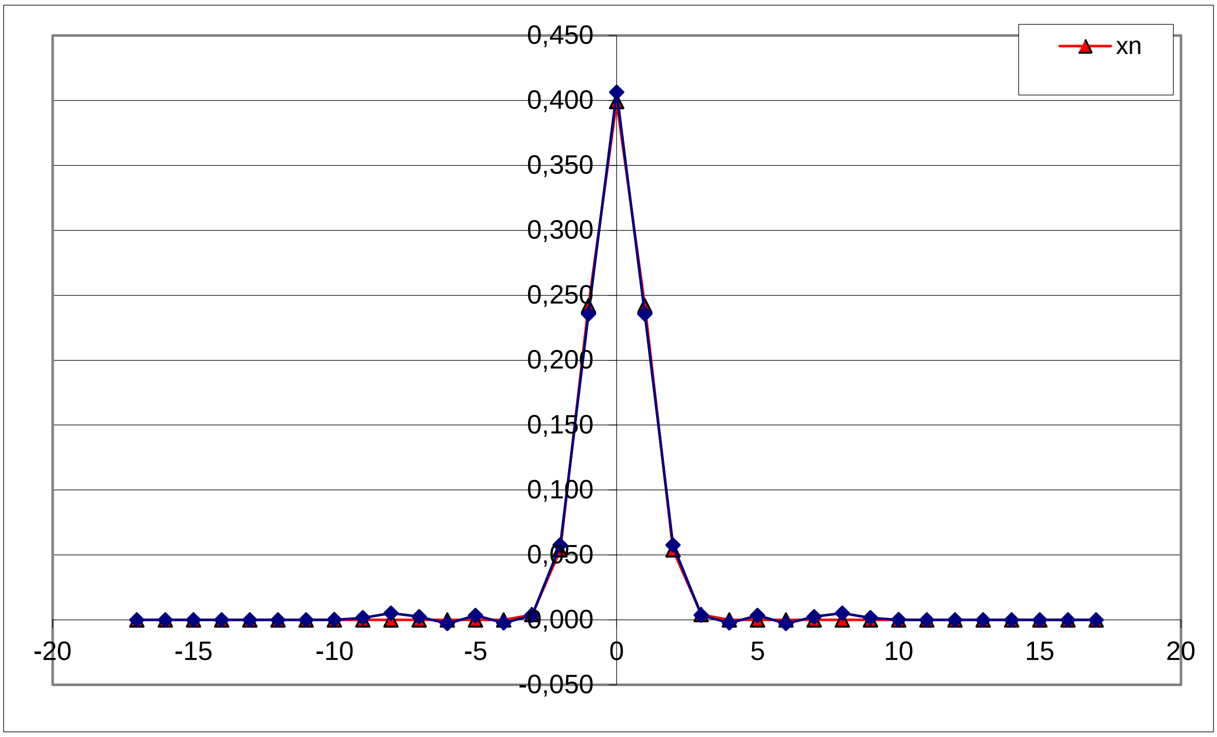
$$y_{nFIR} = \left[\sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

Lösung:

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * si(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}) = a_{-k}$$ Formel für Tiefpass

0	1,250	
1	-0,225	a1
2	0,159	a2
3	-0,075	a3
4	0,000	a4
5	0,045	a5
6	-0,053	a6
7	0,032	a7
8	0,000	a8

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$



b) Das Abtasttheorem ist verletzt

5 Korrelation – Faltung (7 Punkte)

a) Berechnen und skizzieren Sie die Autokorrelationsfunktion der „Einweggleichrichtung“
b) Berechnen und skizzieren Sie die Faltung der „Einweggleichrichtung“ mit sich selbst.

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} x[m] \cdot h[n+m]$$

diskrete Korrelation

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} x[m] \cdot h[n-m]$$

diskrete Faltung