Prüfung:	**Informationstechnik MT 7D51**
Termin:	**Mittwoch, 9. Dezember 2009**
	9:00 – 10:30
Prüfer:	**Prof. J. Walter**
Hilfsmittel:	**beliebig / kein Internet / kein WLAN**

Name: ______________________________

Vorname: ______________________________

Projekt: ______________________________

Stick: ______________________________

PC: ______________________________

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen)!

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	14	
4	12	
Gesamt		
	Note	

Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.

Viel Erfolg

Bemerkung: Löschen Sie zunächst den Stick und erstellen Sie einen Ordner mit ihrem Namen.

Sie können die Vorder- und Rückseite benutzten. Es werden die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet. Schreiben Sie nur den Ansatz und das Ergebnis/Skizze auf die Blätter. Die gesamte Lösung erstellen Sie auf dem Stick in den Ordnern:
A1_Nachname, A2_Nachname, A3_Nachname, A4_Nachname

Mit Abgabe dieser Arbeit bestätigen Sie das Löschen von HPVEE „Classroom-Lizenz“ und Maple 12 auf ihrem PC.

WICHTIG: IN JEDER LÖSUNG MUSS AM ANFANG: NAME + MATR.-NR. STEHEN!

1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate

Die nachfolgende Funktion h(t):

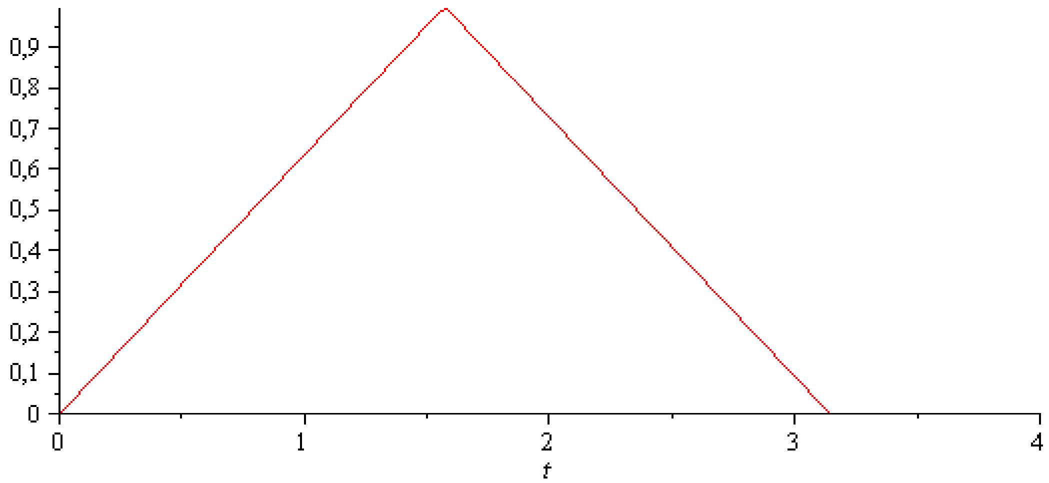


Abb. 1: Funktion h(t)

soll im Bereich $0 \le t \le \pi$ optimal durch die Funktion $g := a + b * \sin(t)$ angenähert werden. Erzeugen Sie die Funktion h(t) mit Hilfe der Heaviside-Funktion.

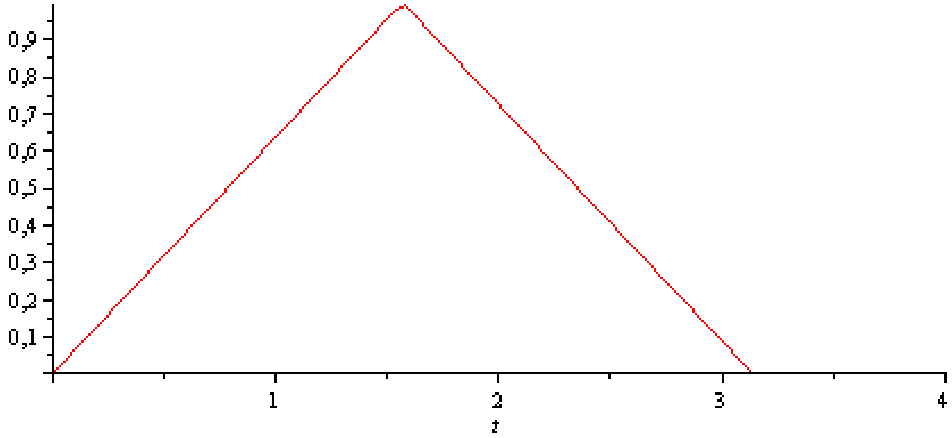
a) 8P Bestimmen Sie die Parameter der Funktion g(t). Plotten Sie die Funktion g(t) und h(t)
b) 2P Skizzieren Sie das Ergebnis.
c) 2P Um welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

> $restart;$

> $$h := \frac{\left(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot 1 \cdot t}{\frac{\pi}{2}} + \left(\text{Heaviside}\left(t - \frac{\pi}{2}\right) - \text{Heaviside}(t - \pi)\right) \cdot \left(-\frac{1 \cdot t}{\frac{\pi}{2}} + 2\right)$$

$$h := \frac{2\left(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right)\right) t}{\pi} + \left(\text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right) - \text{Heaviside}(t - \pi)\right)\left(-\frac{2\,t}{\pi} + 2\right)$$

> $plot(h, t = 0..4);$



> $g := a + b \cdot \sin(t);$

$$g := a + b\,\sin(t)$$

> $S := \int_0^{\pi} (h - g)^2 \, \mathrm{d}t;\ g$

$$S := \frac{1}{6}\,\frac{-48\,b + 12\,a\,b\,\pi + 3\,b^2\,\pi^2 + 2\,\pi^2 + 6\,a^2\,\pi^2 - 6\,a\,\pi^2}{\pi} + 2\,a\,b$$

> $dSa := diff(S, a);$

$$dSa := \frac{1}{6}\,\frac{12\,b\,\pi + 12\,a\,\pi^2 - 6\,\pi^2}{\pi} + 2\,b$$

> $dSb := diff(S, b);$

$$dSb := \frac{1}{6}\,\frac{-48 + 12\,a\,\pi + 6\,b\,\pi^2}{\pi} + 2\,a$$

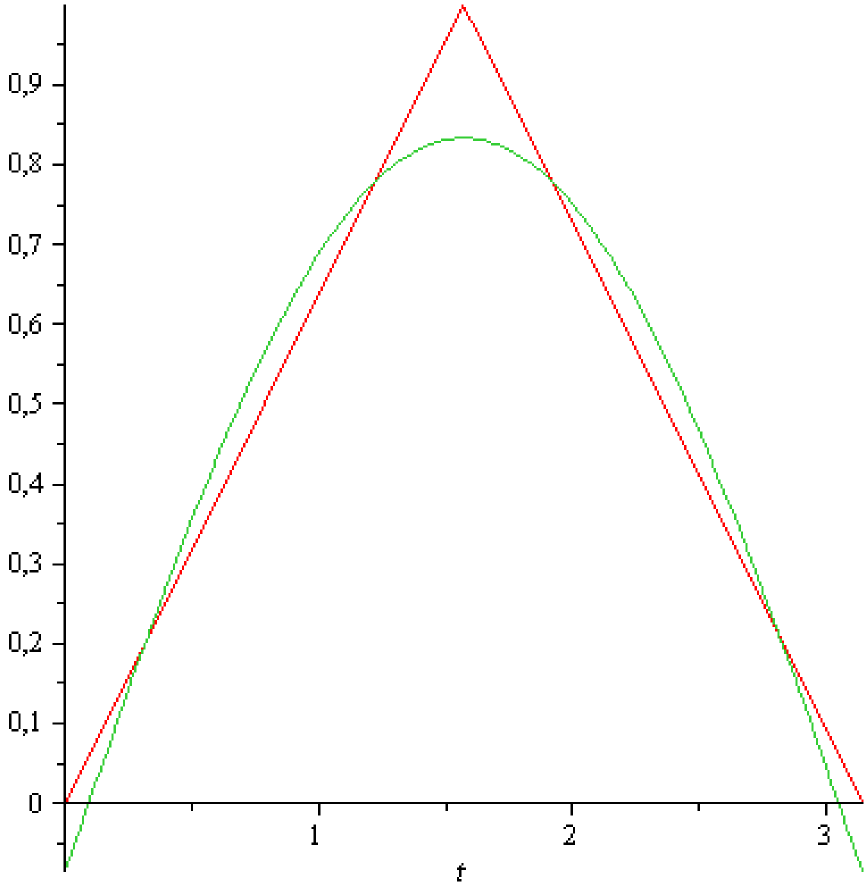
> $solve(\{dSa, dSb\}, \{a, b\});$

$$\left\{a = \frac{1}{2}\,\frac{-32 + \pi^3}{\pi\left(-8 + \pi^2\right)},\ b = -\frac{2\left(-4 + \pi\right)}{-8 + \pi^2}\right\}$$

> $g1 := \frac{1}{2}\,\frac{-32 + \pi^3}{\pi\left(-8 + \pi^2\right)} - \frac{2\left(-4 + \pi\right)}{-8 + \pi^2} \cdot \sin(t);$

$$g1 := \frac{1}{2}\,\frac{-32 + \pi^3}{\pi\left(-8 + \pi^2\right)} - \frac{2\left(-4 + \pi\right)\sin(t)}{-8 + \pi^2}$$

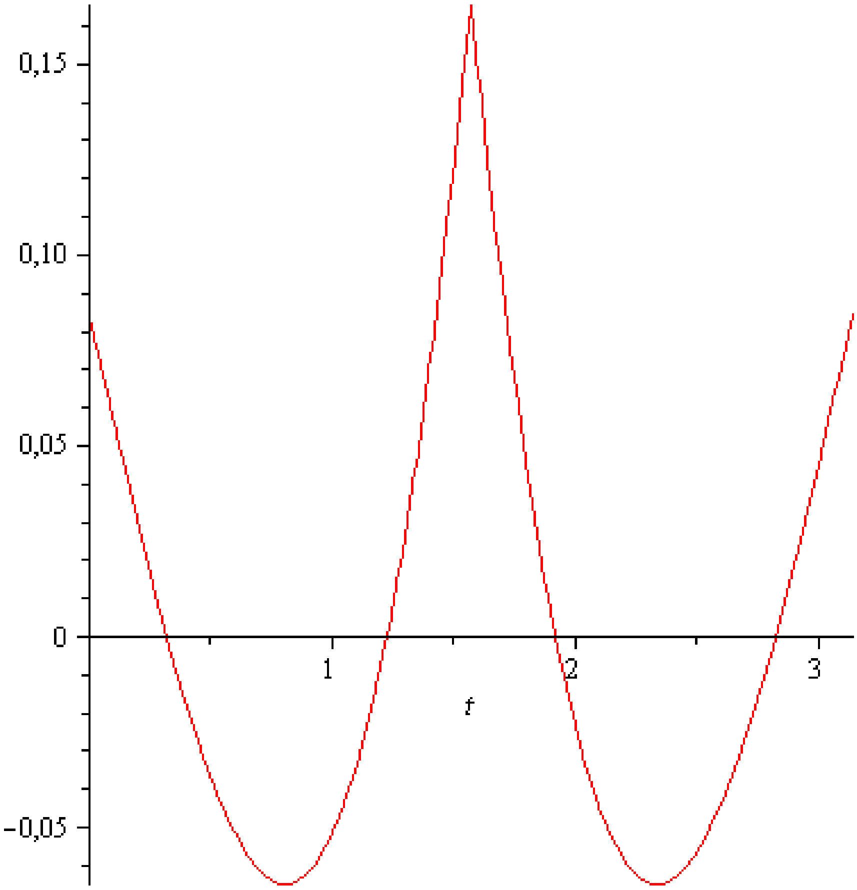
> $plot([h, g1], t = 0..\pi);$



> $DIF := h - g1;$

$$DIF := \frac{2\left(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right)\right)t}{\pi} + \left(\text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right) - \text{Heaviside}(t-\pi)\right)\left(-\frac{2t}{\pi} + 2\right) - \frac{1}{2}\frac{-32 + \pi^3}{\pi\left(-8 + \pi^2\right)} + \frac{2\left(-4 + \pi\right)\sin(t)}{-8 + \pi^2}$$

> $plot(DIF, t = 0..\pi)$



> *An der Stelle* $t = \frac{\pi}{2}$

$$An\ der\ Stelle\ t = \frac{1}{2}\pi$$

> $evalf(g1);$

$$-0.08459328430 + 0.9182769832 \sin(t)$$

>

2. DFT

Die Funktion:

$$g1 := -0{,}085 + 0{,}918 \cdot \sin(t)$$

Wird mit der Abtastperiodendauer von 0,314s und der Blockgröße N=10 abgetastet.

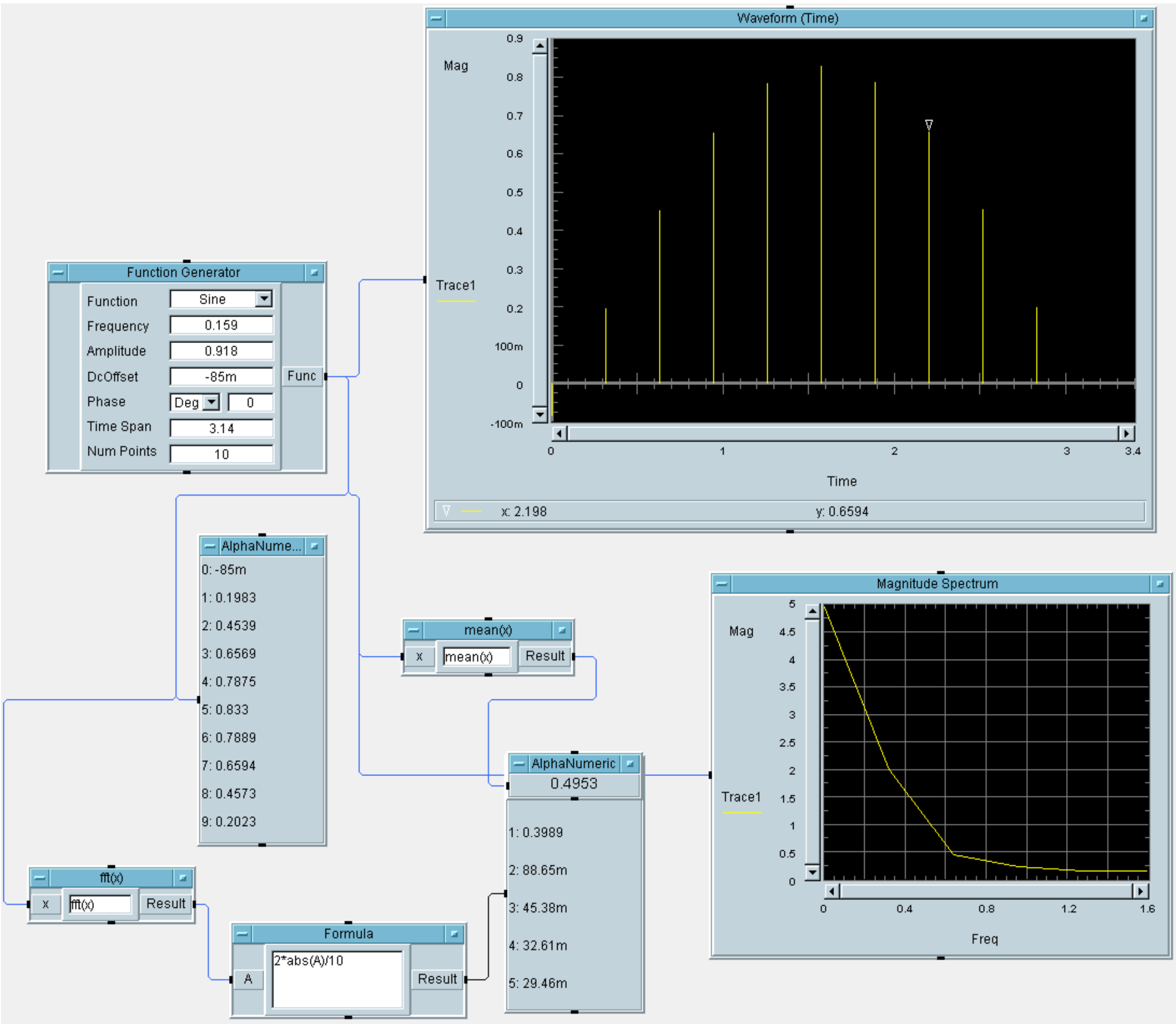
a) 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
b) 1P Tragen Sie die Amplitudenwerte der Funktion in die Tabelle ein.
c) 1P Skizzieren Sie die Funktion und deren Abtastwerte.

d) 6P Berechnen Sie für die Funktion aus den Abtastwerten jeweils die skalierte DFT für m=0, m=1, m=2, m=3, m=4, m=5. Bitte mit Angabe der Formel!!!

e) 1P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum der skalierten DFT für die Funktion.

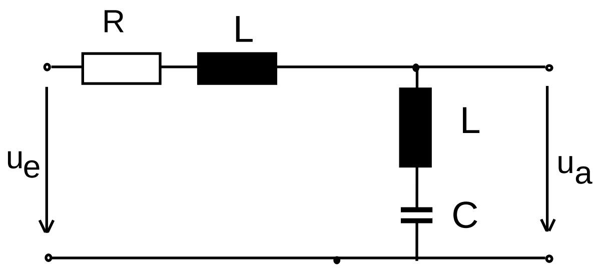
f) 2P Warum erhalten Sie nicht nur eine Frequenz?

n=	t/s	f[n]	m
0	0		
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			



3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort

Erstellen Sie für die nachfolgende Schaltung die Übertragungsfunktion.



Schaltung mit R, L und C

a) 3P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s)$ – Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.
b) 1P Erstellen Sie die Übertragungsfunktion G(s) für die normierten Werte R=1, C=1, L=1. Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1
c) 8P Bestimmen Sie die Antwort y(t) auf die Funktion gx(t) für die normierten Werte R=1, C=1, L=1.
d) 2P Skizzieren Sie die Antwort für t=0 bis t=25.

(10P) Bestimmen Sie die Antwort y(t) des Systems G_2 (s) auf die Eingangsfunktion:

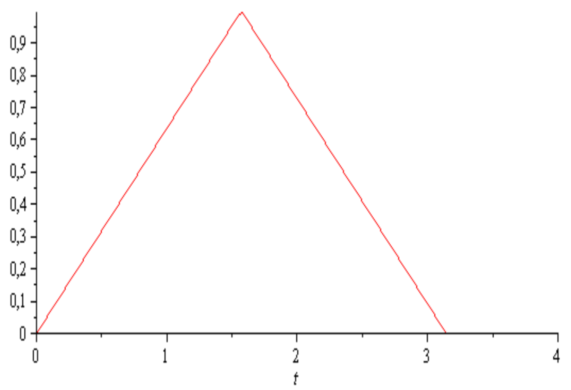


Abb. 3: Funktion x(t)

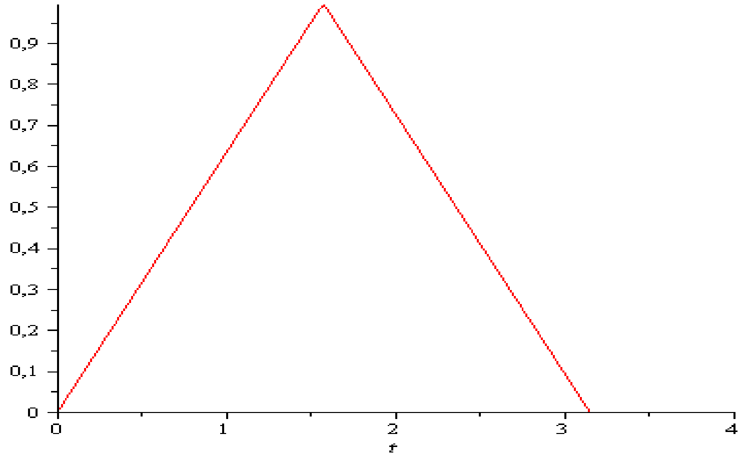
Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Das Ergebnis ist etwas umfangreicher. Skizzieren Sie die Eingangsfunktion.

> *restart*;

$$x := \frac{\left(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot 1 \cdot t}{\frac{\pi}{2}} + \left(\text{Heaviside}\left(t - \frac{\pi}{2}\right) - \text{Heaviside}(t - \pi)\right) \cdot \left(-\frac{1 \cdot t}{\frac{\pi}{2}} + 2\right)$$

$$x := \frac{2\left(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right)\right)t}{\pi} + \left(\text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right) - \text{Heaviside}(t - \pi)\right)\left(-\frac{2\,t}{\pi} + 2\right)$$

> $plot(x, t = 0..4)$



> $G := \frac{\left(\frac{s^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{s^2 + \frac{s}{2} + \frac{1}{2}}$

$$G := \frac{\frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}}{s^2 + \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}}$$

> $with(inttrans);$

[*addtable*, *fourier*, *fouriercos*, *fouriersin*, *hankel*, *hilbert*, *invfourier*, *invhilbert*, *invlaplace*, *invmellin*, *laplace*, *mellin*, *savetable*]

> $X := laplace(x, t, s);$

$$X := \frac{2 - e^{-\frac{1}{2}s\pi}(s\pi + 2)}{\pi s^2} + \frac{1}{\pi}\left(2\,laplace\left((t - \pi)\left(\text{Heaviside}(t - \pi) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right)\right), t, s\right)\right)$$

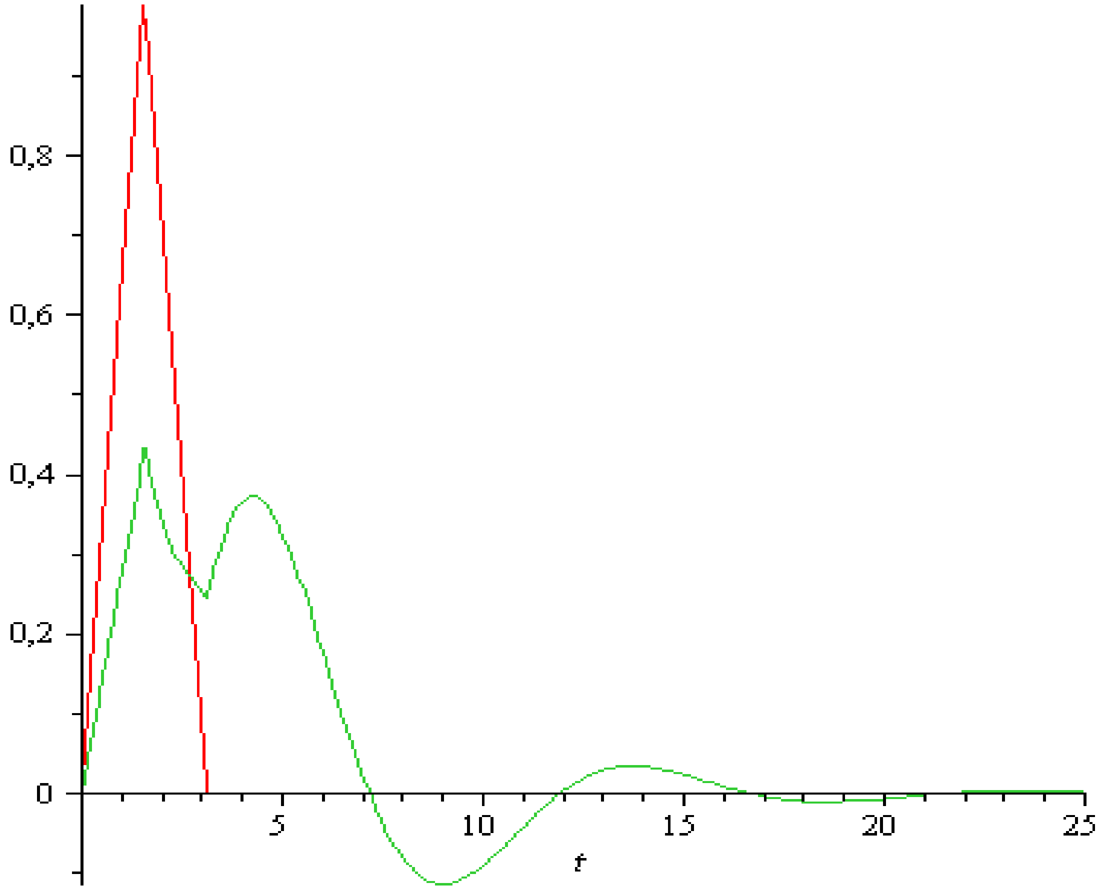
> $Y := X \cdot G;$

$$Y := \frac{1}{s^2 + \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}}\left(\left(\frac{2 - e^{-\frac{1}{2}s\pi}(s\pi + 2)}{\pi s^2} + \frac{1}{\pi}\left(2\,laplace\left((t - \pi)\left(\text{Heaviside}(t - \pi) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right)\right), t, s\right)\right)\right)\left(\frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\right)\right)$$

> $y := invlaplace\,(Y, s, t);$

$$
\begin{aligned}
y := & -\frac{2}{\pi} + \frac{2\,t}{\pi} \\
& + \frac{2}{7}\,\frac{\left(-\sqrt{7}\,\sin\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,t\right) + 7\cos\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,t\right)\right)\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\,t}}{\pi} \\
& + \frac{2}{7}\,\frac{1}{\pi}\Bigg(\Bigg(-7 - 7\,\pi + 7\,t \\
& + \left(\cos\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,t\right)\left(\sqrt{7}\,\sin\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,\pi\right) + 7\cos\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,\pi\right)\right) \\
& + \sin\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,t\right)\left(7\sin\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,\pi\right) - \sqrt{7}\,\cos\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,\pi\right)\right)\right) \\
& \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\,t + \frac{1}{4}\,\pi}\Bigg)\,\mathrm{Heaviside}(t - \pi)\Bigg) + \frac{2}{7}\,\frac{1}{\pi}\Bigg(\Bigg(14 + 7\,\pi \\
& - 14\,t + 2\left(-\cos\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,t\right)\left(\sqrt{7}\,\sin\left(\frac{1}{8}\,\sqrt{7}\,\pi\right)\right.\right. \\
& \left. + 7\cos\left(\frac{1}{8}\,\sqrt{7}\,\pi\right)\right) + \sin\left(\frac{1}{4}\,\sqrt{7}\,t\right)\left(-7\sin\left(\frac{1}{8}\,\sqrt{7}\,\pi\right)\right. \\
& \left.\left. + \sqrt{7}\,\cos\left(\frac{1}{8}\,\sqrt{7}\,\pi\right)\right)\right)\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\,t + \frac{1}{8}\,\pi}\Bigg)\,\mathrm{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\,\pi\right)\Bigg)
\end{aligned}
$$

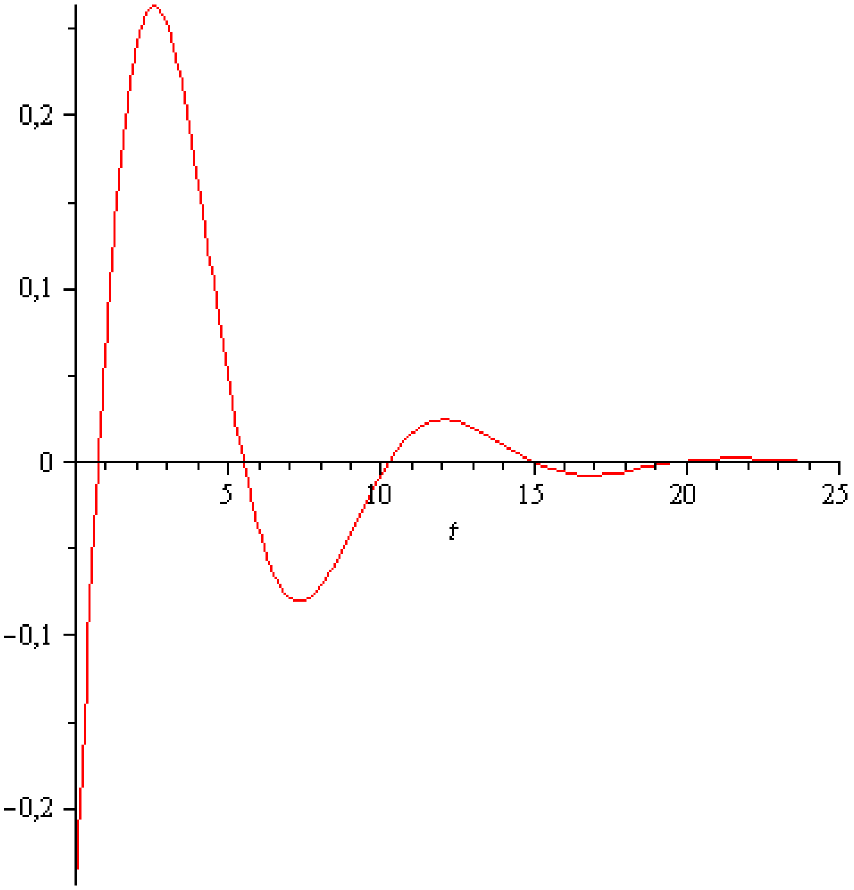
> $plot([x, y], t = 0\,..25)$



> $g := invlaplace(G, s, t);$

$$g := \frac{1}{2}\,\mathrm{Dirac}(t) + \frac{1}{28}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}\left(-7\cos\left(\frac{1}{4}\sqrt{7}\,t\right) + 5\sqrt{7}\,\sin\left(\frac{1}{4}\sqrt{7}\,t\right)\right)$$

> $plot(g, t = 0..25)$



>

4 Faltung (12 Punkte)

Die beiden nachfolgenden Signale: Ein Dreieck und ein Rechteckimpuls werden gefaltet.

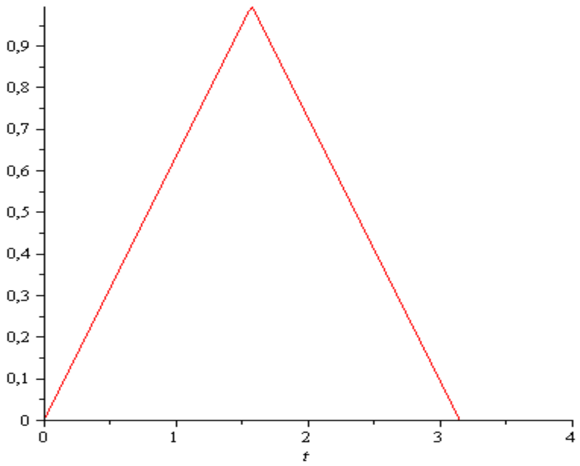
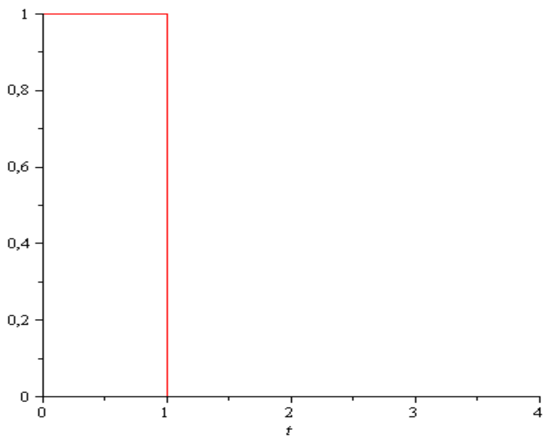



Abb.: Dreick und Rechteck

a) 4P Berechnen Sie das Ergebnis mit HPVEE (kleine Skizze)

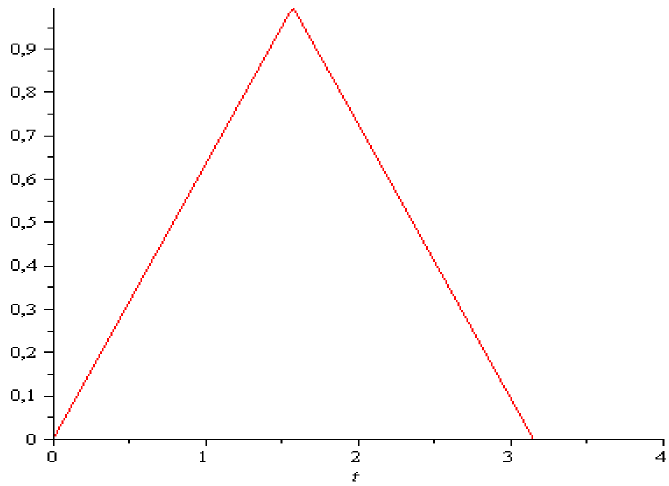
b) 8P Berechnen Sie das Ergebnis über folgenden Weg:
Sie multiplizieren die Laplace-Transformierten der beiden Funktionen im Frequenzbereich und transformieren das Ergebnis in den Zeitbereich. Plotten Sie das Ergebnis.

> *restart*;

> $$x := \frac{\left(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot 1 \cdot t}{\frac{\pi}{2}} + \left(\text{Heaviside}\left(t - \frac{\pi}{2}\right) - \text{Heaviside}(t - \pi)\right) \cdot \left(-\frac{1 \cdot t}{\frac{\pi}{2}} + 2\right)$$

$$x := \frac{2\left(\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right)\right) t}{\pi} + \left(\text{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2}\pi\right) - \text{Heaviside}(t - \pi)\right)\left(-\frac{2\,t}{\pi} + 2\right)$$

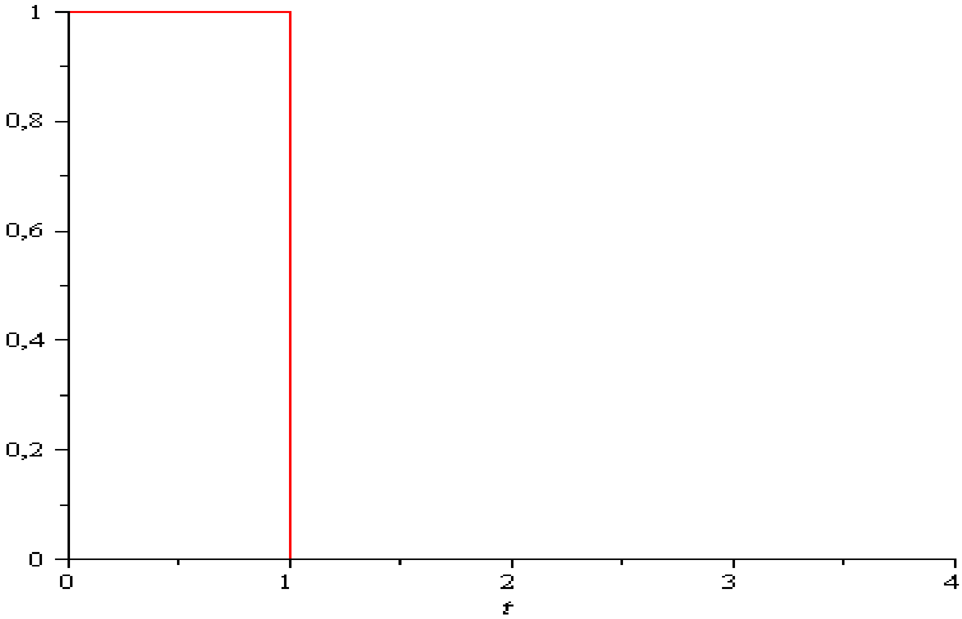
> $plot(x, t = 0..4)$



> $g := \text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t - 1)$

$$g := \text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t - 1)$$

> $plot(g, t = 0..4)$



>

> $with(inttrans);$

$$[addtable, fourier, fouriercos, fouriersin, hankel, hilbert, invfourier, invhilbert, invlaplace, invmellin, laplace, mellin, savetable]$$

> $G := laplace(g, t, s);$

$$G := \frac{1 - e^{-s}}{s}$$

> $X := laplace(x, t, s);$

$$X := \frac{2 - e^{-\frac{1}{2} s \pi} (s \pi + 2)}{\pi s^2} + \frac{1}{\pi} \left(2\, laplace\left((t - \pi) \left(\mathrm{Heaviside}(t - \pi) - \mathrm{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2} \pi\right)\right), t, s\right)\right)$$

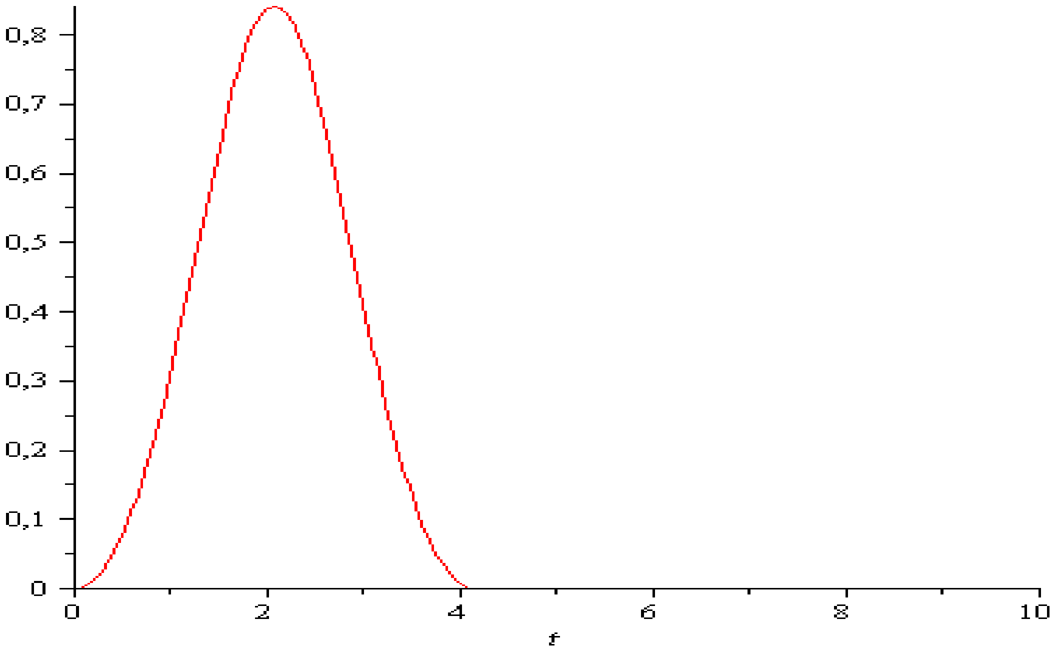
> $Y := G \cdot X$

$$Y := \frac{1}{s} \left((1 - e^{-s}) \left(\frac{2 - e^{-\frac{1}{2} s \pi} (s \pi + 2)}{\pi s^2} + \frac{1}{\pi} \left(2\, laplace\left((t - \pi) \left(\mathrm{Heaviside}(t - \pi) - \mathrm{Heaviside}\left(t - \frac{1}{2} \pi\right)\right), t, s\right)\right)\right)\right)$$

> $y := invlaplace(Y, s, t);$

$$y := \frac{t^2}{\pi} - \frac{1}{4}\,\frac{1}{\pi}\Bigg(\bigg(4 - 8\,t + 4\,t^2 + 4\,\mathrm{Heaviside}(t-1-\pi)\,(t-1-\pi)^2 - \mathrm{Heaviside}\Big(t-1-\frac{1}{2}\,\pi\Big)\,(-3\,\pi+2\,t-2)\,(2\,t-2-\pi)\bigg)\,\mathrm{Heaviside}(t-1)\Bigg) + \frac{\mathrm{Heaviside}(t-\pi)\,(t-\pi)^2}{\pi} - \frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{Heaviside}\Big(t-\frac{1}{2}\,\pi\Big)\,(2\,t-\pi)^2}{\pi} + \frac{1}{4}\,\frac{\mathrm{Heaviside}\Big(t-1-\frac{1}{2}\,\pi\Big)\,\big((2\,t-2)^2-\pi^2\big)}{\pi}$$

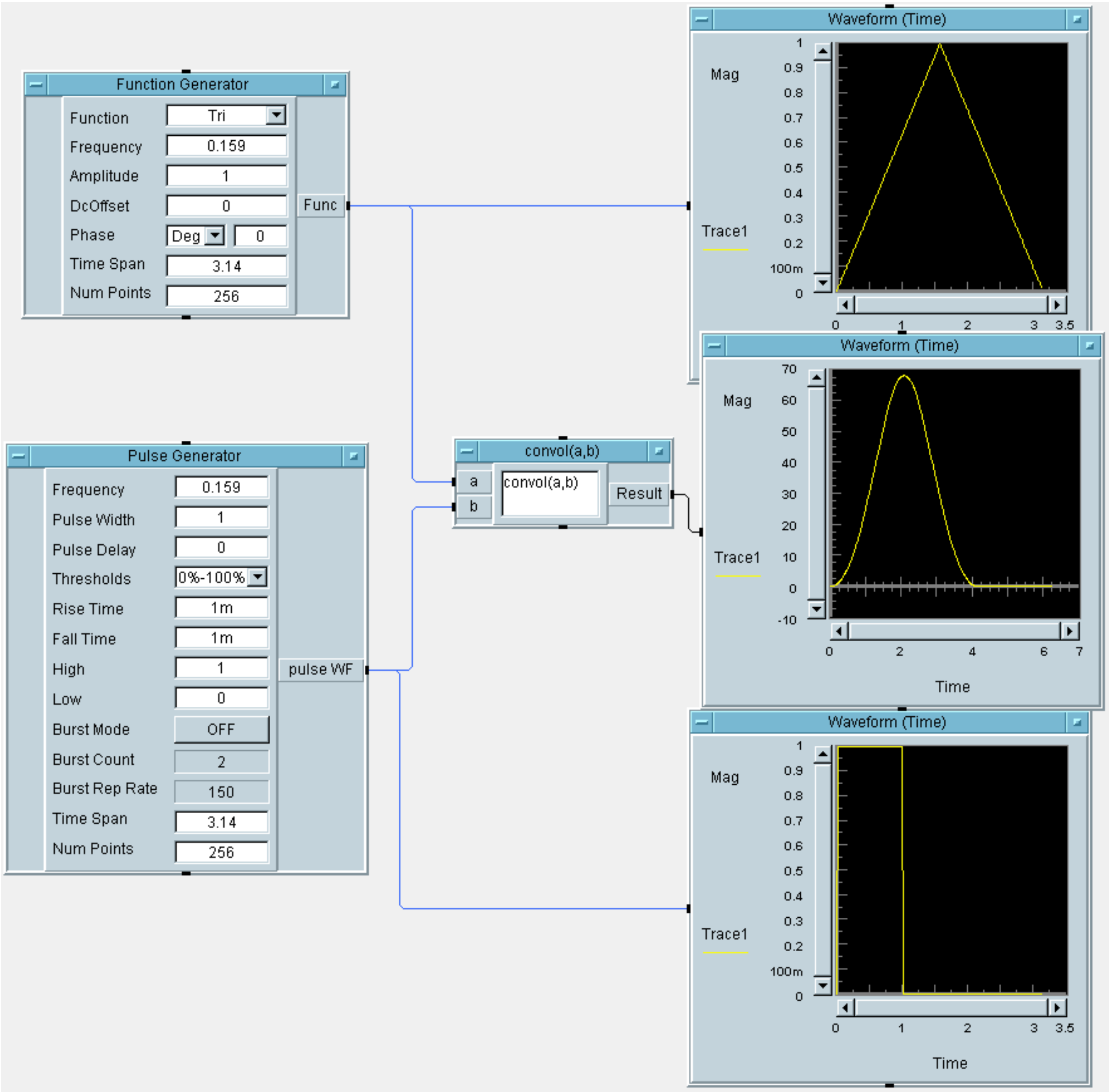
> *plot*$(y, t = 0..10)$;



>

>

>


Function Generator
Function Tri
Frequency 0.159
Amplitude 1
DcOffset 0
Phase Deg 0
Time Span 3.14
Num Points 256
Func
Pulse Generator
Frequency 0.159
Pulse Width 1
Pulse Delay 0
Thresholds 0%-100%
Rise Time 1m
Fall Time 1m
High 1
Low 0
Burst Mode OFF
Burst Count 2
Burst Rep Rate 150
Time Span 3.14
Num Points 256
pulse WF
convol(a,b)
a
b
convol(a,b)
Result
Waveform (Time)
Mag
Trace1
Time