



**Prüfung:**

**Termin:**

**Prüfer:**

**Hilfsmittel:**

**Informationstechnik MT 7D51**

**Montag, 28. Januar 2007**

**8:30 – 10:30**

**Prof. J. Walter**

**beliebig / kein Internet / kein WLAN**

**Name:**

**Vorname:**

**Projekt:**

**Stick:**

**PC:**

bitte keine rote Farbe verwenden

(nicht ausfüllen) !

Aufgabe	mögl. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	15	
4	11	
5	3	
Gesamt	50	
	Note	

**Bearbeiten Sie die Aufgaben nur, falls Sie keine gesundheitlichen Beschwerden haben.**

**Viel Erfolg**

**Bemerkung:**

**Sie können die Vorder- und Rückseite benutzen. Es werden nur die auf den Prüfungsblättern vorhandenen oder fest mit den Prüfungsblättern verbundenen Ergebnisse gewertet.**

**Schreiben Sie nur den Ansatz und das Ergebnis/Skizze auf die Blätter. Die gesamte Lösung erstellen Sie auf dem Stick in den Ordnern:**

**A1\_Nachname, A2\_Nachname, A3\_Nachname, A4\_Nachname**

**Mit Abgabe dieser Arbeit bestätigen Sie das Löschen von HPVEE „Classroom-Lizenz“ auf ihrem PC.**

**WICHTIG: IN JEDER LÖSUNG MUSS AM ANFANG: NAME + MATR.-NR. STEHEN!**



## 1. Gauß'sches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate (12 Punkte)

Die Funktion:

D1 :=

$$t (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t-1)) + (-t+2) (\text{Heaviside}(t-1) - \text{Heaviside}(t-2))$$

soll im Bereich  $0 \leq t \leq 2.0$  optimal durch die Funktion  $y(t) = a + b \cdot \sin(0.5 \cdot \pi \cdot t)$  angenähert werden.

- a) 8P Bestimmen Sie die Funktion. Hinweis: Plotten Sie die Funktion D1
- b) 2P Skizzieren Sie das Ergebnis.
- c) 2P Um welche-r/n Stelle/n tritt die größte Abweichung auf?

### Lösung:

```
> restart;
```

```
> G1:=t;
```

$$G1 := t$$

```
> G2:=-t+2;
```

$$G2 := -t + 2$$

```
> H1:=Heaviside(t)-Heaviside(t-1);
```

$$H1 := \text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t-1)$$

```
> H2:=Heaviside(t-1)-Heaviside(t-2);
```

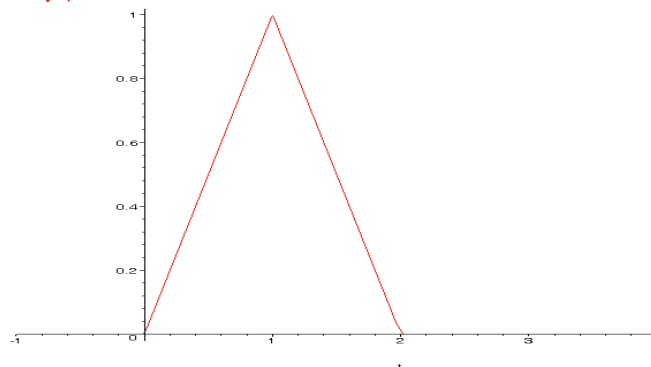
$$H2 := \text{Heaviside}(t-1) - \text{Heaviside}(t-2)$$

```
> D1:=G1*H1+G2*H2;
```

D1 :=

$$t (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t-1)) + (-t+2) (\text{Heaviside}(t-1) - \text{Heaviside}(t-2))$$

```
> plot(D1,t=-1..4);
```

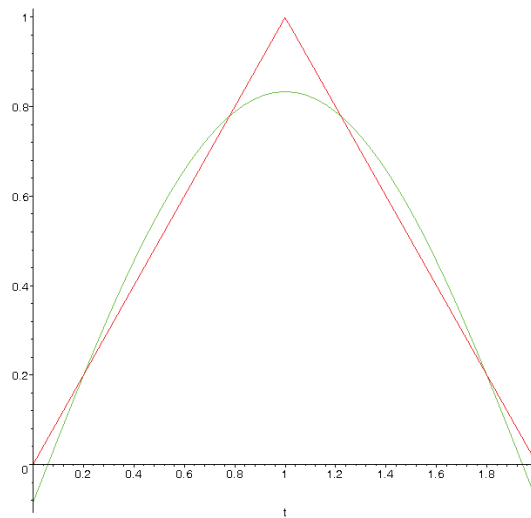


```
> y:=a+b*sin(0.5*Pi*t);
```

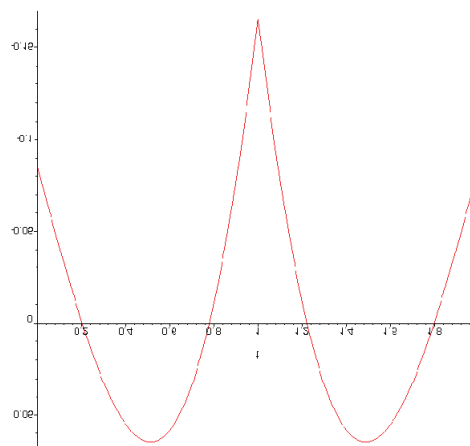
$$y := a + b \sin(0.5 \pi t)$$



```
> dSa:=diff(int((y-D1)^2,t=0..2),a);  
      dSa := 2.546479089 b - 2.000000000 + 4.000000000 a  
  
> dSb:=diff(int((y-D1)^2,t=0..2),b);  
      dSb := 2.546479089 a - 1.621138938 + 2.000000000 b  
  
> solve({dSa, dSb},{a,b});  
      {a = -0.08459328414, b = 0.9182769836}  
  
> y:=-.8459328414e-1+.9182769836*sin(0.5*Pi*t);  
      y := -0.08459328414 + 0.9182769836 sin(0.5 π t)  
  
> plot([D1,y],t=0..2);
```



```
>> AB:=y-D1;  
      AB := -0.08459328414 + 0.9182769836 sin(0.5 π t)  
      - t (Heaviside(t) - Heaviside(t - 1))  
      - (-t + 2) (Heaviside(t - 1) - Heaviside(t - 2))  
  
> plot(AB,t=0..2);
```



>

An der Stelle  $t=1$  tritt die größte Abweichung auf.



## 2. DFT (12 Punkte)

Die Funktion

$D1 :=$

$$t (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t - 1)) + (-t + 2) (\text{Heaviside}(t - 1) - \text{Heaviside}(t - 2))$$

mit der Abtastfrequenz von 5 Hz mit der Blockgröße  $N=10$  abgetastet.

- 1P Tragen Sie die Zeitwerte für die Abtastpunkte in die nachfolgende Tabelle ein.
- 1P Tragen Sie die Amplitudenwerte der Funktion in die Tabelle ein.
- 1P Skizzieren Sie die Funktion und deren Abtastwerte.
- 6P Berechnen Sie für die Funktion aus den Abtastwerten jeweils die skalierte DFT für  $m=0, m=1, m=2, m=3, m=4$ . Bitte mit Angabe der Formel!!!
- 1P Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum der skalierten DFT für die Funktion.
- 2P Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Mittelwert von Aufgabe 1 und der 0-ten Harmonischen?

n=	t/ms	f[n]	
0	0	0	
1	0,2	0.2	
2	0,4	0.4	
3	0,6	0.6	
4	0,8	0.8	
5	1,0	1	
6	1,2	0.8	
7	1,4	0.6	
8	1,6	0.4	
9	1,8	0.2	

### Lösung d)

$$|S_m| = 2 * \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] * \left[ \cos \frac{2\pi mn}{N} - j \sin \frac{2\pi mn}{N} \right] \right|$$

m0 =	m1=	m2=	m3=	m4=
0,5	0,42	0	61m	0

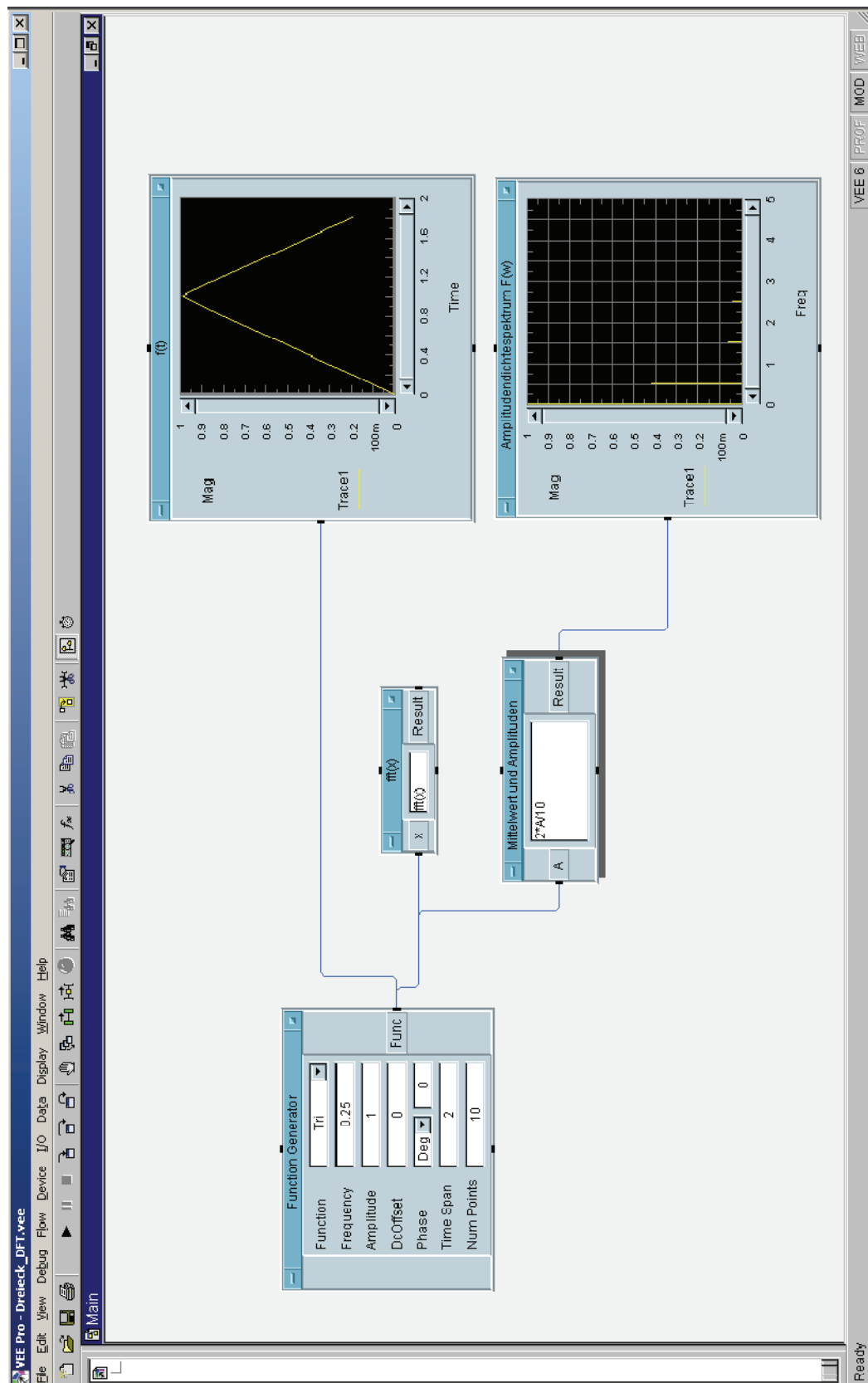
### Lösung f)

Der Mittelwert ist bei beiden Funktionen 0.5. Der Mittelwert ist die 0-te Harmonische.

```
> y:=-.8459328414e-1+.9182769836*sin(0.5*Pi*t);  
      y:=-0.08459328414+0.9182769836 sin(0.5 π t)  
  
> T:=2;  
> Mittelwert:=(1/T)*int(y,t=0..2);  
      Mittelwert:=0.5000000000
```

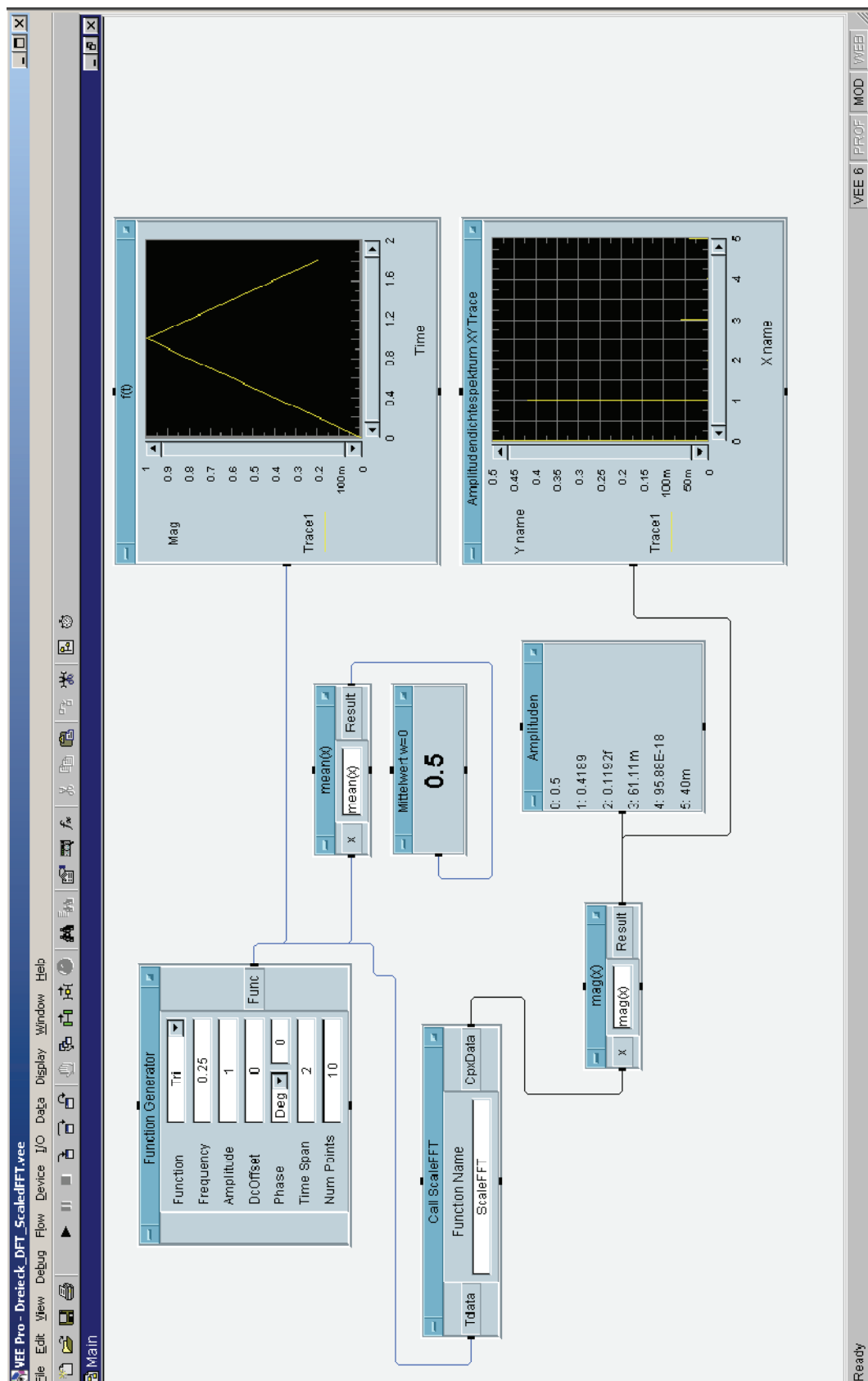


Siehe auch Dreieck\_DFT.vee. Der Mittelwert ist 0.5





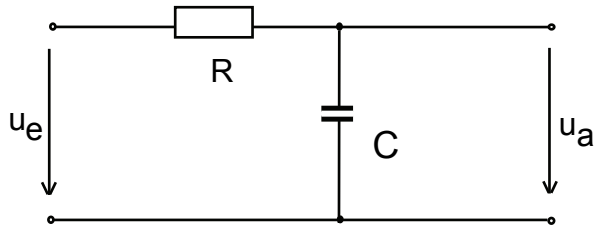
Siehe auch Dreick\_DFT\_ScaledFFT.vee – Lösung mit ScaleFFT





### 3. DGL - Übertragungsfunktion - Systemantwort (15 Punkte)

Gegeben ist ein Tiefpass:



Schaltung mit R und C

- a) (3P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion  $G_1(s)$   
b) (1P) Erstellen Sie die Übertragungsfunktion  $G_2(s)$  für die Werte  $R = 1$ ;  $C = 1$   
– Darstellung: Die höchste Potenz im Nenner hat den Faktor 1.

(10P) Bestimmen Sie die Antwort  $y(t)$  des Systems  $G_2(s)$  auf die Eingangsfunktion:

```
> x := t*(Heaviside(t)-Heaviside(t-1))+(-t+2)*(Heaviside(t-1)-Heaviside(t-2));
```

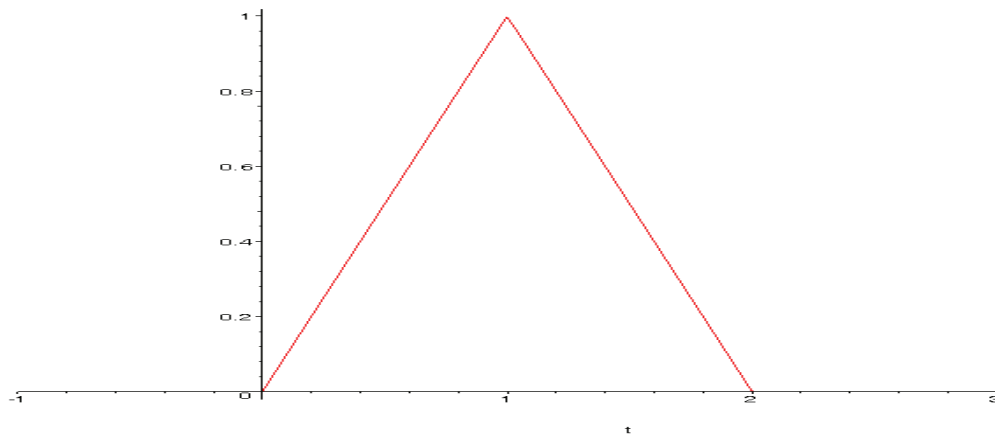
Hinweis: Schreiben Sie den Ansatz für Maple auf. Als Ergebnis genügt die Skizze. Das Ergebnis ist etwas umfangreicher. Skizzieren Sie die Eingangsfunktion.

- c) (2P) Skizzieren Sie Antwort für  $t=0$  bis  $t=15$ .

#### Lösung Aufgabe 3a

Die Antwort eines TP auf ein Dreieck

```
> restart;  
> with (inttrans);  
    [addtable, fourier, fouriercos, fouriersin, hankel, hilbert, invfourier, invhilbert,  
     invlaplace, invmellin, laplace, mellin, savetable]  
  
> assume (a>0);  
> x := t*(Heaviside(t)-Heaviside(t-1))+(-t+2)*(Heaviside(t-1)-Heaviside(t-2));  
    x := t (Heaviside(t) - Heaviside(t - 1)) + (-t + 2) (Heaviside(t - 1) - Heaviside(t - 2))  
  
> plot(x, t=-1..3);
```



```
> X(s):=laplace(x,t,s);
```

```
>
```

$$X(s) := \frac{1}{s^2} - \frac{2e^{(-s)}}{s^2} + \frac{e^{(-2s)}}{s^2}$$

```
> G(s):=1/(1+s);
```

$$G(s) := \frac{1}{1+s}$$

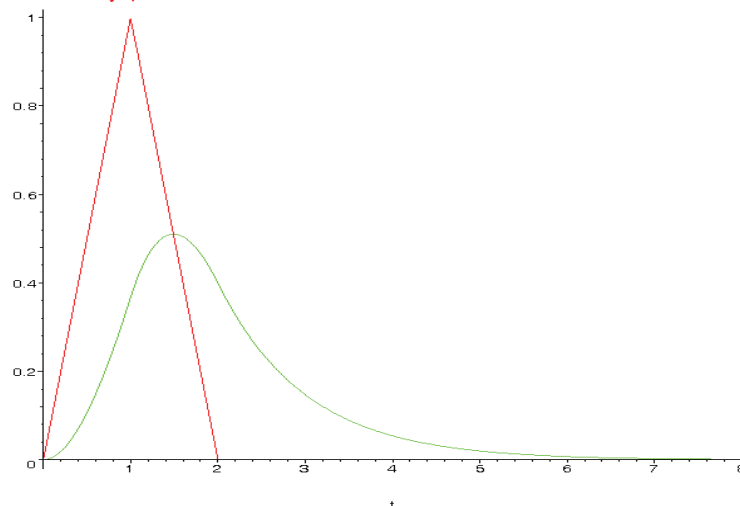
```
> Y(s):=G(s)*X(s);
```

$$Y(s) := \frac{\frac{1}{s^2} - \frac{2e^{(-s)}}{s^2} + \frac{e^{(-2s)}}{s^2}}{1+s}$$

```
> y(t):=invlaplace(Y(s),s,t);
```

$$y(t) := \left( -2t + 2 + 4e^{\left(-\frac{t}{2} + 1/2\right)} \sinh\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2}\right) \right) \text{Heaviside}(t-1) + t - 2e^{\left(-\frac{t}{2}\right)} \sinh\left(\frac{t}{2}\right) \\ + \text{Heaviside}(t-2) \left( t - 2 - 2e^{\left(-\frac{t}{2} + 1\right)} \sinh\left(\frac{t}{2} - 1\right) \right)$$

```
> plot(y(t), t=0..8);
```







## 4 FIR-Filter (11 Punkte)

An einem Motoren-Prüfstand wird eine FIR-Bandsperre von 8kHz bis 12kHz mit  $N=10$  eingesetzt. Die Abtastfrequenz beträgt 50kHz.

- Berechnen Sie die Filterkoeffizienten und skizzieren Sie das Ausgangssignal bei einem Eingangssignal: Dreieck mit der Amplitude  $x[0]=1$  und der Breite 10.  
Bem.:  $x[-5]=0$  und  $x[+5]=0$
- Berechnen Sie die Filterkoeffizienten und skizzieren Sie das Ausgangssignal bei einem Eingangssignal: Dreieck mit der Amplitude  $x[0]=1$  und der Breite 6 ( $x[-3]=0$  und  $x[+3]=0$ ).

a) Überlegung:

10 Abtastwerte mit  $20\mu s \rightarrow$  Breite =  $200\mu s \rightarrow 5 \text{ kHz} \rightarrow$  Bandsperre wird nicht wirksam.

06 Abtastwerte mit  $20\mu s \rightarrow$  Breite =  $120\mu s \rightarrow 8,3 \text{ kHz} \rightarrow$  Bandsperre wird wirksam.

04 Abtastwerte mit  $20\mu s \rightarrow$  Breite =  $80\mu s \rightarrow 12,5 \text{ kHz}$

b) Die Filtergleichung für das FIR-Filter

$$y_{nFIR} = \left[ \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k} \right]$$

Lösung:

$$a_k = 2 * \frac{f_g}{f_a} * \text{si}\left(k * 2\pi * \frac{f_g}{f_a}\right) = a_{-k} \text{ Formel für Tiefpass}$$

k	ak
0	0,840
1	-0,049
2	0,124
3	0,118
4	-0,042
5	-0,121
6	-0,033
7	0,072
8	0,058
9	-0,017
10	-0,037

$$y_n = \sum_{k=-N}^{k=N} a_k * x_{n-k}$$

**5 Punkte + 3 Punkte für jeweilige Skizze**



Lösung mit 48kHz Abtastrate aus Excel: FIR-WS07\_50kHz\_Dreieck\_Breite\_10.xls

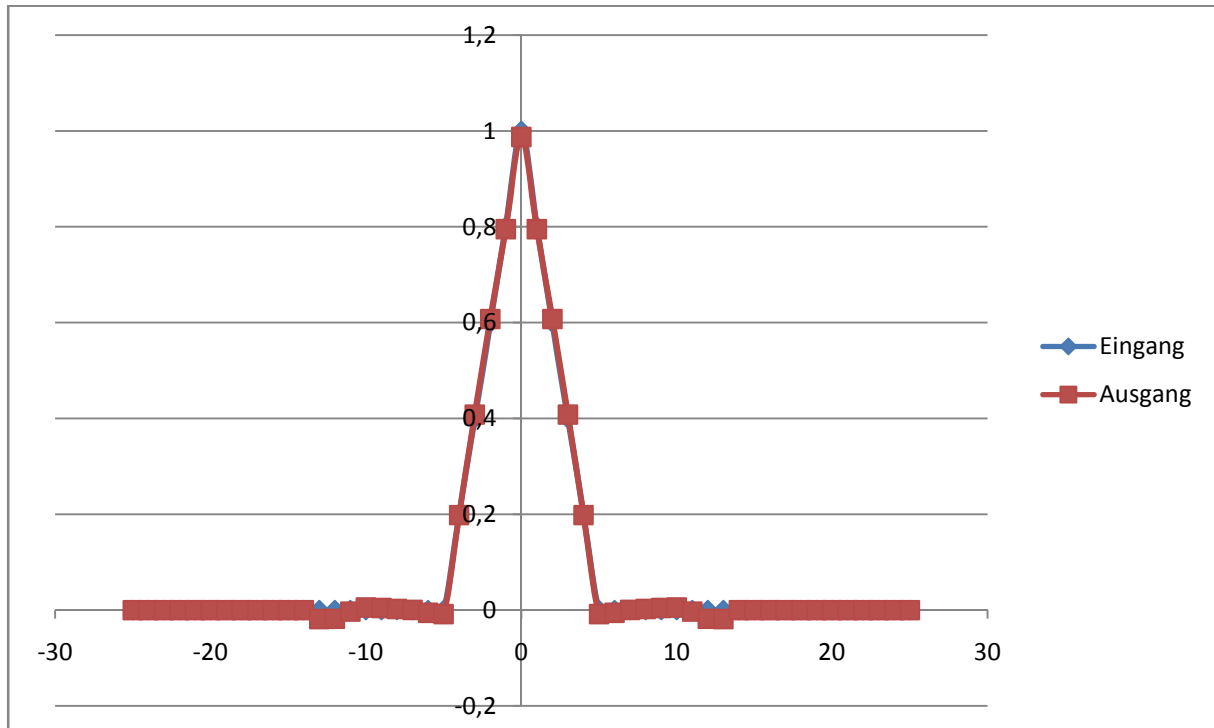


Bild: Antwort des Bandpasses mit Abtastfrequenz 50kHz auf ein Dreieck der Breite 10

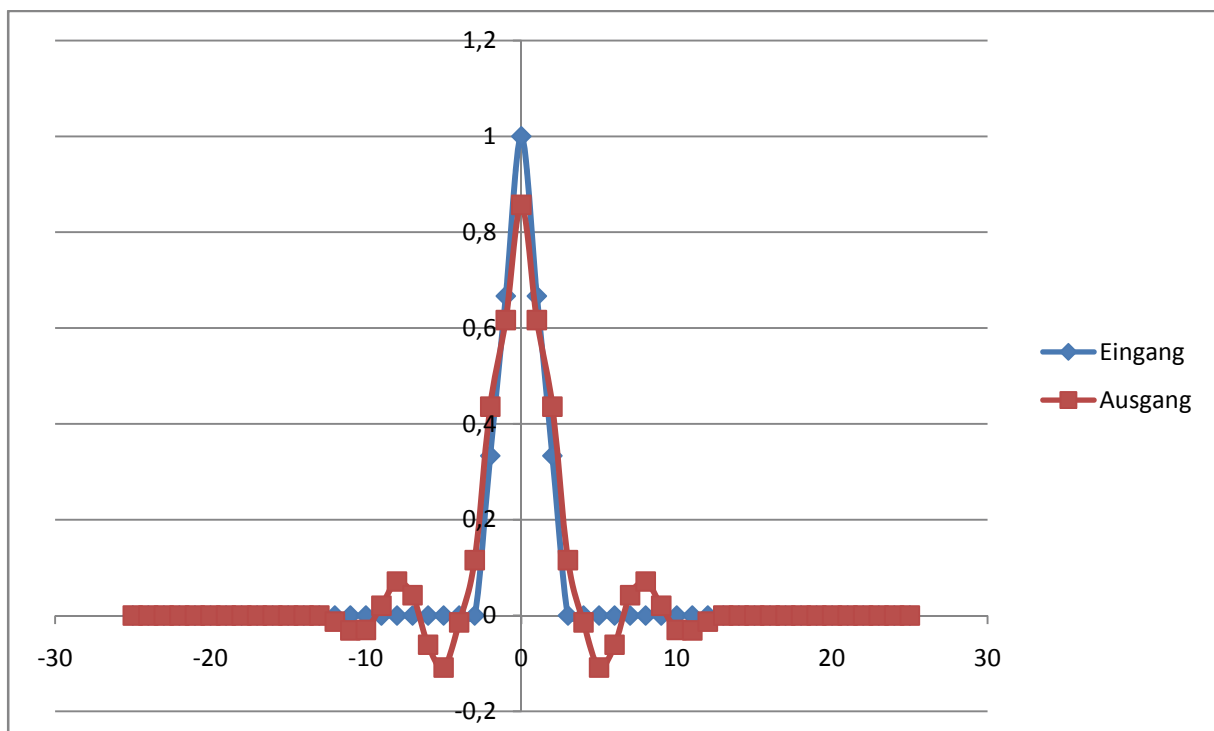


Bild: Antwort des Bandpasses mit Abtastfrequenz 50kHz auf ein Dreieck der Breite 6



## 5. HIT Human Information Technology (3 Punkte)

Aufgrund des Sehfeldes von Menschen wurde das Seitenverhältnis bei Fernsehern auf 16/9 geändert. Neuere Fernseher mit LED Hintergrundbeleuchtung und 70" werden installiert.

a) Welche Breite hat der sichtbare Bildschirm?

B=Breite  
H=Höhe

— —

—

—

—

—

—

**B=154,96cm=61,01"**