

„Zahlen im Computer“ (Klasse 7 Aufbaukurs Informatik)

„Die Bildauswahl erfolgte in Anlehnung an das Alter der Kinder“

Prof. J. Walter

Bitte römische Zahlen im
Geschichtsunterricht!



Messsystem mit Mikrocontroller – XDK Bosch



Inhalt

- Zahlensysteme
- Binär-Zahl
- Umwandlung
- Addition von Dualzahlen
- Vorzeichenbehaftete Binärzahlen
- Zweierkomplement
- BCD-Darstellung
- Gleitkomma-Darstellung
- Darstellung alphanumerischer Daten





Zahlensysteme

- Mathematisches System zur Darstellung von Zahlen
- Dezimalzahlen
$$2437 = 2 * 1000 + 4 * 100 + 3 * 10 + 7 * 1$$
$$= 2 * 10^3 + 4 * 10^2 + 3 * 10^1 + 7 * 10^0$$
- Dezimalzahlen werden nicht besonders bezeichnet!
- Basis B sind die Dezimalziffern von 0 bis 9
- $10 = 1 * B + 0$
- Klein b bedeutet binär
- $10_b = 1 * 2 + 0 = 2$ (Dezimal)





Umwandlung in Zahlensysteme

- Wie wird die Dezimalzahl 3959 mit der Basis $B=6$ dargestellt?
- $3959 : 6 = 659$ Rest 5
 $659 : 6 = 109$ Rest 5
 $109 : 6 = 18$ Rest 1
 $18 : 6 = 3$ Rest 0
 $3 : 6 = 0$ Rest 3
- $30155_6 = 3959$
- Übung: Wie wird die Dezimalzahl 3959 mit der Basis $B=8$ dargestellt?
- $7567_8 = 3959$





Hexadezimal, Oktal

- Bei der Oktal-Darstellung werden jeweils 3 Bit zusammengefaßt.
- Bei der Hexadezimaldarstellung werden jeweils 4 Bit zusammengefaßt.
- $1101\ 1011 = 011\ 011\ 011 = 333_8$
- $1101\ 1011 = 0DBh$





Binärzahl

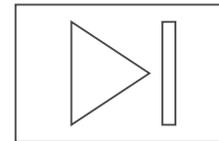
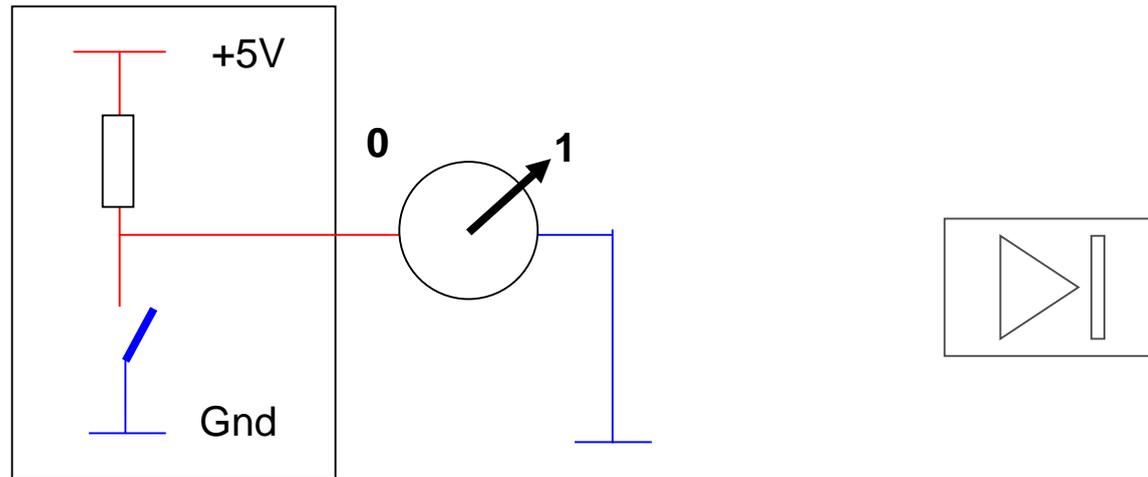
- Die Basis der binären Zahlen ist $B=2$
- $10_b = 1 * B + 0 = 1 * 2^1 + 0 = 2$
- Übung: Wandeln Sie die Dezimalzahl 11 in eine Binärzahl um.
- $11 : 2 = 5$ Rest 1
 $5 : 2 = 2$ Rest 1
 $2 : 2 = 1$ Rest 0
 $1 : 2 = 0$ Rest 1
- $1011_b = 11$ Schreibweise beim Programmieren
 $1011_2 = 11_{10}$ mathematische Schreibweise





Binärzahl 1

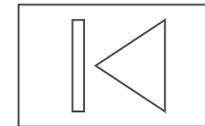
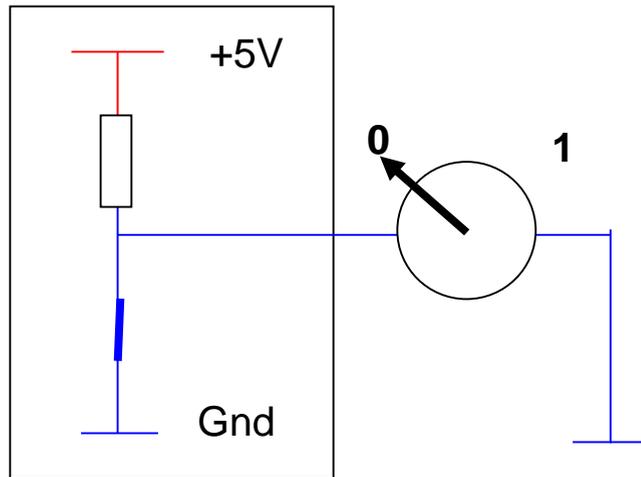
- Binärzahlen lassen sich direkt einer elektrischen Spannung zuordnen!





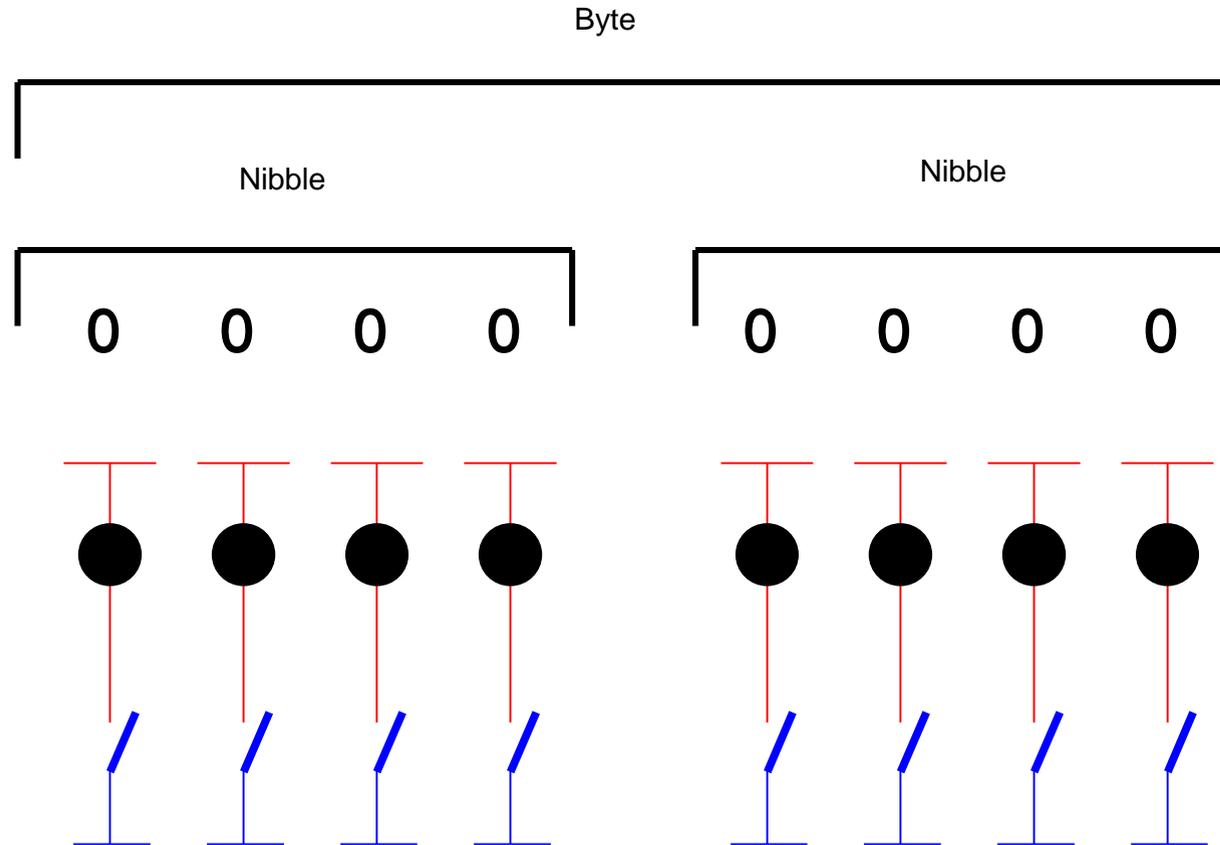
Binärzahl 0

- Binärzahlen lassen sich direkt einer elektrischen Spannung zuordnen!



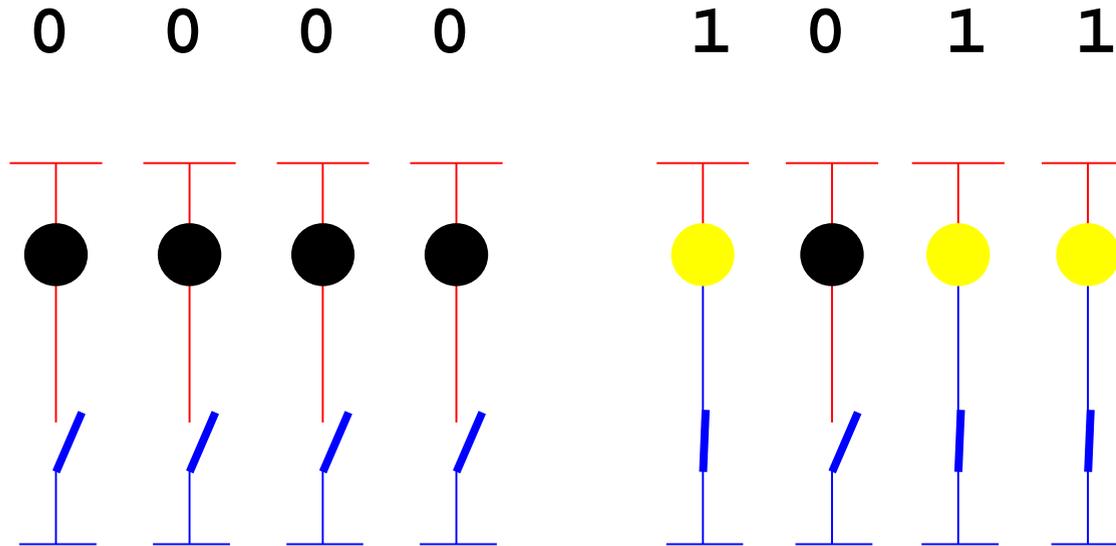


Binärzahl 0 im 8-Bit-Computer





Binärzahl 1011 im Computer





Addition von Binärzahlen

- Mögliche Kombinationen bei der Addition

Zahl 1	+	Zahl 2	=	Sum- me	+	Über- trag
0	+	0	=	0		
0	+	1	=	1		
1	+	0	=	1		
1	+	1	=	0	+	1



Subtraktion von Binärzahlen

- Die Subtraktion von Binärzahlen erfolgt mit Hilfe der Addition des Zweierkomplements und entfernen des Übertrags.
- Analogie zum Dezimalsystem

$$9 - 7 = 2$$

Das Zehner-Komplement von 7 ist 3

$$\begin{array}{r} 9 \\ +3 \\ \hline 12 \end{array} \text{ Übertrag 1 wird ignoriert}$$

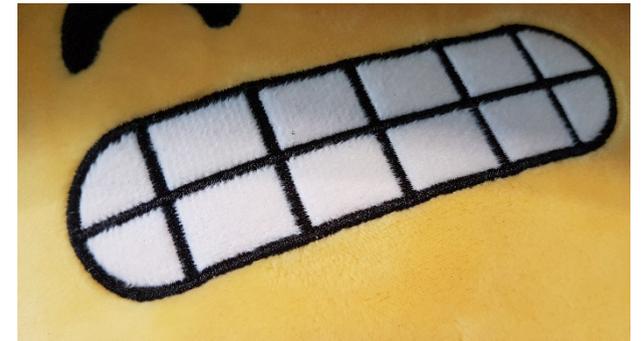




Zweierkomplement

- Wird durch Addition der Zahl 1 zum Einer-Komplement gebildet:

0000	0111	Originalzahl
1111	1000	Komplement
	1	
<hr/>		
1111	1001	Zweierkomplement
<hr/>		





Subtraktion

- Die Subtraktion $9 - 7 = 2$ binär:

$$\begin{array}{r} 0000\ 1001 \\ + \underline{1111\ 1001} \\ 1\ 0000\ 0010 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Zweierkomplement von 7} \\ \text{Übertrag wird ignoriert.} \end{array}$$

- Wird eine Subtraktion mit Hilfe des Zweierkomplements ausgeführt, so gibt der Übertrag das Vorzeichen des Ergebnisses an.
Übertrag = 1 -> Ergebnis positiv
Übertrag = 0 -> Ergebnis negativ



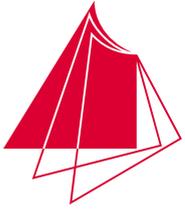
Multiplikation von Binärzahlen

- Jedes binäre Teilprodukt ist genau der Multiplikant oder 0

$$9 * 5 = 45$$

$$\begin{array}{r} 1001 * 0101 \\ \hline 1001 \\ 0000 \\ 1001 \\ \hline 101101 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 \\ &= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 45 \end{aligned}$$



Division von Binärzahlen

- $55 : 5 = 11$

$$110111 : 101 = 1011$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \hline 0011 \\ 0000 \\ \hline 0111 \\ 0101 \\ \hline 00101 \\ 0101 \\ \hline 0 \end{array}$$





Vorzeichenbehaftete Binärzahlen

Dezimal	Binär	Hexadezimal	Zweier-Komplement	Vorzeichen-behaftet
0	0000 0000	00	0000 0000	0
1	0000 0001	01	0000 0001	1
2	0000 0010	02	0000 0010	2
3	0000 0011	03	0000 0011	3
...
...
127	0111 1111	7F	0111 1111	127
128	1000 0000	80	1000 0000	-128
129	1000 0001	81	1000 0001	-127
...
...
254	1111 1110		1111 1110	-2
255	1111 1111		1111 1111	-1



Übertrag und Überlauf

- Bei Übertrag wird das Carry-Flag gesetzt.
- Bei Überlauf wird das OV Overflow-Flag gesetzt.

$$\begin{array}{r} 1111 \ 1110 \quad (-2) \\ + 1111 \ 1100 \quad (-4) \\ \hline 1 \ 1111 \ 1010 \quad (-6) \end{array} \quad C := 1 \quad OV := 0$$

- Beispiel für beide Flags:

$$\begin{array}{r} 1000 \ 0001 \quad (-127) \\ + 1100 \ 0010 \quad (-62) \\ \hline 1 \ 0100 \ 0011 \quad (+67) \end{array} \quad C := 1 \quad OV := 1$$



BCD-Darstellung

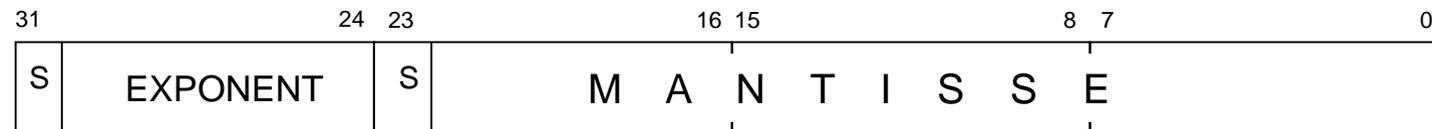
- Vorteil: absolut genaue Ergebnisse für kaufmännische Anwendungen.
- Nachteil: Viel Speicher und langsames Rechnen

Code	BCD Symbol		Code	
0000	0		1000	8
0001	1		1001	9
0010	2		1010	entfällt
0011	3		1011	entfällt
0100	4		1100	entfällt
0101	5		1101	entfällt
0110	6		1110	entfällt
0111	7		1111	entfällt



Gleitkomma-Darstellung

- Grundprinzip: Dezimalbrüche in festem Format darzustellen.
- Keine Bitverschwendung -> Normalisierung
 $0,000123 \rightarrow 0,123 * 10^{-3}$
- Normalisierte Mantisse: $0,123$
- Exponent: -3
- $22,1 = 0,221 * 10^2$



Typische Gleitkommadarstellung

S = Sign = Vorzeichen



Darstellung alphanumerischer Daten

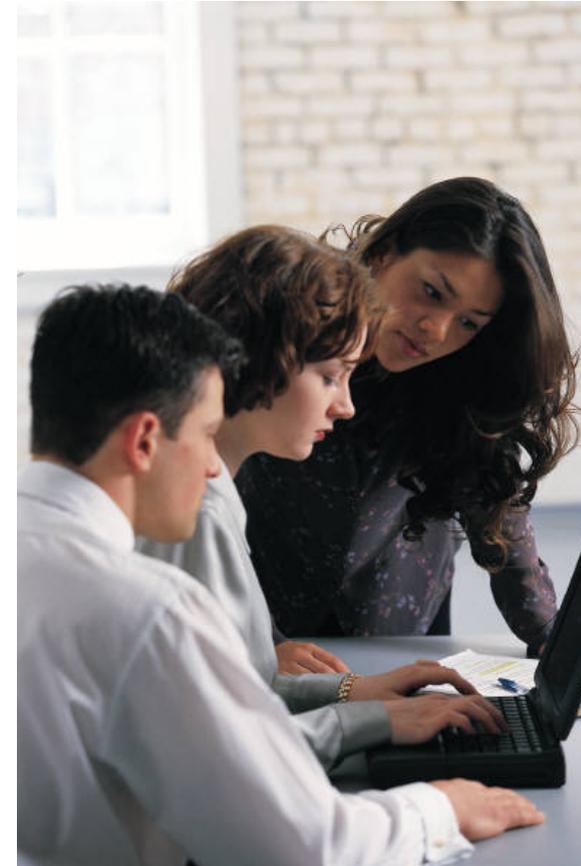
- Alle Zeichen werden in acht-Bit-Code codiert.
- ASCII – „American Standard Code for Information Interchange“

OKTAL	DEZIMAL	HEXADEZIMAL	ABKÜRZUNG	NAME
000	0	0x00	NUL	
001	1	0x01	SOH	
002	2	0x02	STX	
003	3	0x03	ETX	Control-C
004	4	0x04	EOT	
005	5	0x05	ENQ	
006	6	0x06	ACK	
007	7	0x07	BEL	
010	8	0x08	BS	
011	9	0x09	HT	Tabulator
012	10	0x0a	LF	Zeilenvorschub
013	11	0x0b	VT	
014	12	0x0c	FF	
015	13	0x0d	CR	Wagenrücklauf
016	14	0x0e	SO	
017	15	0x0f	SI	
020	16	0x10	DLE	
021	17	0x11	DC1	Control-Q



Aufgaben

1. Berechnen Sie 768 als Oktalzahl durch Divisionsverfahren und durch Wandlung in Binärzahlen - Dreiergruppen
2. Welchen Wert hat: 11111100b in dezimaler Darstellung?
3. Wandeln Sie dezimal 38 nach dual.
4. Was ist 257 dual?
5. Addieren Sie binär 3+1
6. Subtrahieren Sie binär: 4-3
7. Berechnen Sie das Zweierkomplement von -5





Lösungen

1. 1400 Oktal - binär 1 100 000 000

2. 252

3. 0010 0110

4. 1 0000 0001

5.
$$\begin{array}{r} 011 \\ 001 \\ \hline 100 \end{array}$$

6.
$$\begin{array}{r} 0000 \ 0100 \\ +1111 \ 1101 \\ \hline 10000 \ 0001 \end{array}$$

7. 1111 1011



Übung: Zahlen im Computer

1. Führen Sie eine Addition von $6+18$ binär durch. Die Berechnung muss ausführlich dargestellt werden.
2. Führen Sie eine Wandlung der Zahl 58 zur Basis 5 durch.
3. Stellen Sie folgende Zahl hexadezimal dar: 127, 65535, 256, 1023, 1024
4. Stellen Sie folgende Zahlen binär dar: 127, 65535, 256, 1023, 1024
5. Wandeln Sie die binären Zahlen aus 4 in Oktale Zahlen.
6. Wieviel Nibble benötigt man für ein `_int32`?
7. Wieviel Bit hat ein Integer-Wert?
8. Welcher Zahlenbereich wird im vorzeichenbehafteten Integer-Format dargestellt?
9. Subtrahieren Sie $16-9$ binär. (ausführlich dargestellt)
10. Berechnen Sie das Zweierkomplement von 2047.



Schlußrunde

- Feedback und Seminarbeurteilung





Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit !